

2018年 センター試験 本試験 数学Ⅱ・B 解答

問題番号 (配点)	解答記号	正解	配点
第1問 (30)	ア	2	1
	$\frac{イ}{ウ}\pi$	$\frac{4}{5}\pi$	2
	エオカ°	345°	2
	$\frac{\pi}{キ}$	$\frac{\pi}{6}$	2
	$\sqrt{ク}$	$\sqrt{3}$	2
	$\sin\left(x - \frac{\pi}{ケ}\right) = \frac{1}{コ}$	$\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$	3
	$\frac{サシ}{スセ}\pi$	$\frac{29}{30}\pi$	3
	$t^ソ - タt$	$t^2 - 3t$	3
	$t \leq チ, t \geq ツ$	$t \leq 1, t \geq 2$	2
	テ	0	1
	$x \leq ト, x \geq ナ$	$x \leq 3, x \geq 9$	1
	ニ	2	2
	$\frac{ヌ}{ネ}$	$\frac{3}{4}$	3
	$\sqrt[4]{ハヒ}$	$\sqrt[4]{27}$	3

問題番号 (配点)	解答記号	正解	配点
第2問 (30)	ア	2	1
	イ $p + \text{エ}$	$-2p + 2$	2
	オ	1	2
	$\frac{p}{\text{カ}}(v^3 - \text{キ}v^2 + \text{ク}v - \text{ケ})$	$\frac{p}{3}(v^3 - 3v^2 + 3v - 1)$	4
	コ	2	2
	サ	3	3
	$\frac{\text{シ} + \sqrt{\text{ス}}}{\text{セ}}$	$\frac{3 + \sqrt{5}}{2}$	3
	ソ	3	2
	タチ	-1	3
	ツ	7	1
	テ	4	3
	$\text{ト} + \text{チ} + \text{ヌ}$	$-6t^2 + 2$	4
第3問 (20)	アイ	-6	2
	ウエ	12	2
	$\text{オ}n^2 - \text{カ} \text{キ}n$	$6n^2 - 12n$	2
	クケ	12	2
	コ	3	2
	$\text{サ}(\text{シ}^n - \text{ス})$	$6(3^n - 1)$	2
	セ	5	2
	$\text{ソ}n^2 - 2 \cdot \text{タ}^{n+1}$	$6n^2 - 2 \cdot 3^{n+2}$	2
	ツテト	-18	1
	$\text{ナ}n^3 - \text{ニ}n^2 + n + \text{ヌ}, \text{ネ}$	$2n^3 - 3n^2 + n + 9, 2$	3

問題番号 (配点)	解答記号	正解	配点
第4問 (20)	ア	2	1
	イ $\vec{p} \cdot \vec{q}$	$2\vec{p} \cdot \vec{q}$	1
	ウ $\frac{\vec{p}}{4} + \frac{\vec{q}}{4}$	$\frac{3}{4}\vec{p} + \frac{1}{4}\vec{q}$	2
	エ $\vec{p} + \vec{q}$	$-3\vec{p} + 4s\vec{r}$	2
	コ-サ, シ	$1-a, a$	4
	スセ, ソ	$-a, 4$	2
	タチ	-3	2
	ツ, テ	9, 6	3
	トナ-ニ ヌ	$\frac{3a-2}{2}$	3
第5問 (20)	ア イ	$\frac{1}{a}$	2
	ウ	6	1
	エ	8	1
	オ	2	1
	カ	8	1
	0.キ	0.6	1
	ク ケ	$\frac{1}{6}$	2
	コサ	30	1
	シス	25	1
	-セ.ソタ	-2.40	1
	チ.ツテ	1.20	1
	0.トナ	0.88	2
	0.ニ	0.8	1
	0.ヌネ	0.76	1
	0.ノハ	0.84	1
ヒ	4	2	

第 1 問

[1]

(1) 1 ラジアンとは,

半径 1, 弧の長さ 1 の扇形の中心角の大きさ $\boxed{2}$ (ア) のことである。

(2) 144° を弧度で表すと

$$144 \times \frac{\pi}{180} = \frac{2^4 \times 3^2}{2^2 \times 3^2 \times 5} \pi = \frac{\boxed{4}}{\boxed{5}} \pi$$

(イ) (ウ)

$\frac{23}{12}\pi$ ラジアンを度で表すと

$$\frac{23}{12} \times 180^\circ = \boxed{345}^\circ$$

(エオカ)

(3)

$$2 \sin\left(\theta + \frac{\pi}{5}\right) - 2 \cos\left(\theta + \frac{\pi}{30}\right) = 1 \quad \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

$x = \theta + \frac{\pi}{5}$ とおくと,

$$\theta + \frac{\pi}{30} = x - \frac{6}{30}\pi + \frac{\pi}{30} = x - \frac{\pi}{\boxed{6}}$$

(キ)

加法定理より, ①の左辺は

$$\begin{aligned} 2 \sin x - 2 \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) &= 2 \sin x - 2\left(\cos x \cos \frac{\pi}{6} + \sin x \sin \frac{\pi}{6}\right) \\ &= 2 \sin x - 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cos x + \frac{1}{2} \sin x\right) \\ &= \sin x - \sqrt{\boxed{3}} \cos x \\ &= 2\left(\frac{1}{2} \sin x - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x\right) \\ &= 2\left(\sin x \cos \frac{\pi}{3} - \cos x \sin \frac{\pi}{3}\right) \\ &= 2 \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \end{aligned}$$

と変形できるから, ①は

$$\sin\left(x - \frac{\pi}{\boxed{3}}\right) = \sin\left(\theta - \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{5}\right) = \frac{1}{\boxed{2}}$$

(ケ) (コ)

と同値である。

$$\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \pi \text{ より}$$

$$\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{5} \leq \theta - \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{5} \leq \frac{2}{3}\pi + \frac{\pi}{5}$$

であるから, $\frac{\pi}{6} < \frac{\pi}{5} < \frac{\pi}{3}$ より $\frac{\pi}{3} < \theta - \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{5} < \pi$ であることに注意すると

$$\theta - \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{5} = \frac{5}{6}\pi$$

に限られ,

$$\theta = \frac{10 - 6 + 25}{30} \pi = \frac{\boxed{29}}{\boxed{30}} \pi$$

(サシ)
(スセ)

(注) $\sqrt{\boxed{\text{ク}}}$ を答える必要がなければ,

$$\begin{aligned} 2 \sin x - 2 \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) &= 2 \sin x + 2 \sin\left(x - \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{2}\right) \\ &= 4 \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \cos \frac{\pi}{3} \\ &= 2 \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \end{aligned}$$

と変形する方が早い。もっとも, $\sqrt{\boxed{\text{ク}}}$ は計算しなくても, $\sqrt{3}$ に限定されることがわかってしまうが …。

第1問

[2]

$$x^{\log_3 x} \geq \left(\frac{x}{c}\right)^3 \quad \dots\dots\dots \textcircled{2}$$

の両辺対数をとると、底3は1より大きいから

$$\log_3 x^{\log_3 x} \geq \log_3 \left(\frac{x}{c}\right)^3$$

$$\log_3 x \log_3 x \geq 3(\log_3 x - \log_3 c)$$

$t = \log_3 x$ とおくと、

$$t \overset{\text{(イ)}}{\boxed{2}} - \overset{\text{(ウ)}}{\boxed{3}} t + 3 \log_3 c \geq 0 \quad \dots\dots\dots \textcircled{3}$$

$c = \sqrt[3]{9} = (3^2)^{\frac{1}{3}} = 3^{\frac{2}{3}}$ のとき $\log_3 c = \frac{2}{3}$ であり、 $\textcircled{3}$ は

$$t^2 - 3t + 2 \geq 0$$

$$(t-1)(t-2) \geq 0$$

$$\therefore t \leq \overset{\text{(エ)}}{\boxed{1}} \text{ または } t \geq \overset{\text{(オ)}}{\boxed{2}}$$

$x = 3^t > 0$ および底3が1より大きいことより

$$\overset{\text{(カ)}}{\boxed{0}} < x \leq \overset{\text{(キ)}}{\boxed{3}} \text{ または } x \geq \overset{\text{(ク)}}{\boxed{9}}$$

x が $x > 0$ の範囲を動くとき、

$$t = \log_3 x \text{ はすべての実数を取り得る } \boxed{\textcircled{2}} \text{ (ニ)}$$

から、 $\textcircled{3}$ の不等式

$$t^2 - 3t + 3 \log_3 c = \left(t - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} + 3 \log_3 c \geq 0$$

がすべての実数で成り立つ条件を求めて、

$$\text{(最小値)} = -\frac{9}{4} + 3 \log_3 c \geq 0$$

$$\therefore \log_3 c \geq \overset{\text{(ケ)}}{\frac{\boxed{3}}{\boxed{4}}} = \frac{3}{4} \log_3 3 = \log_3 3^{\frac{3}{4}}$$

(ネ)

底3は1より大きいから

$$c \geq 3^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{3^3} = \overset{\text{(コ)}}{\boxed{4}} \sqrt{\overset{\text{(ハヒ)}}{\boxed{27}}}$$

第2問

[1]

(1) C は $A(1, 1)$ において ℓ と接するから

$$\begin{cases} p \cdot 1^2 + q \cdot 1 + r = 1 \\ 2p \cdot 1 + q = \boxed{2} \end{cases} \text{ (ア)}$$

$$\therefore q = \underbrace{\boxed{-2}}_{\text{(イウ)}} p + \underbrace{\boxed{2}}_{\text{(エ)}}$$

$$r = -p - q + 1 = -p - (-2p + 2) + 1 = p - \boxed{1} \text{ (オ)}$$

(2) 放物線 C と直線 ℓ および直線 $x = v$ で囲まれた図形の面積 S は、 $p > 0$ に注意すると

$$\begin{aligned} S &= \int_1^v \{px^2 + qx + r - (2x - 1)\} dx \\ &= \int_1^v p(x-1)^2 dx \\ &= \left[\frac{p}{3}(x-1)^3 \right]_1^v \\ &= \frac{p}{3}(v-1)^3 \\ &= \frac{p}{\boxed{3}} \left(v^3 - \underbrace{\boxed{3}}_{\text{(キ)}} v^2 + \underbrace{\boxed{3}}_{\text{(ク)}} v - \underbrace{\boxed{1}}_{\text{(ケ)}} \right) \\ &\quad \text{(カ)} \end{aligned}$$

x 軸と ℓ および 2 直線 $x = 1$, $x = v$ で囲まれた台形の面積 T は

$$T = \frac{1}{2} \times \{1 + (2v - 1)\} \times (v - 1) = v \overset{\text{(コ)}}{\boxed{2}} - v$$

$$U = S - T = \frac{p}{3}(v-1)^3 - v^2 + v,$$

$$\frac{dU}{dv} = p(v-1)^2 - 2v + 1$$

U は (v の関数として) $v = 2$ で極値をとるから、

$$p(2-1)^2 - 2 \cdot 2 + 1 = 0 \text{ が必要}$$

であり、

$$p = 3$$

である。このとき、

$$\frac{dU}{dv} = 3v^2 - 8v + 4 = (v-2)(3v-2)$$

は $v = 2$ で符号が変わるから、 U は $v = 2$ で増減が変わって十分であり、

$$p = \boxed{3} \text{ (サ)}$$

この値を代入して

$U = (v-1)^3 - v^2 + v = (v-1)\{(v-1)^2 - v\} = (v-1)(v^2 - 3v + 1)$
 であるから, $v_0 > 1$ かつ $v_0^2 - 3v_0 + 1 = 0$ より

$$v_0 = \frac{\overset{(\text{シ})}{\boxed{3}} + \sqrt{\overset{(\text{ス})}{\boxed{5}}}}{\underset{(\text{セ})}{\boxed{2}}}$$

$1 < v < v_0$ における U の増減は

v	(1)	2	v_0
$\frac{dU}{dv}$		- 0 +	
U	(0)	↘ 極小 ↗	(0)

であるから, $1 < v < v_0$ においてつねに $U < 0$ となる。 $\boxed{\text{③}}$ (ソ)

$v > 1$ において, U は $v = 2$ で最小値 $\underset{(\text{タチ})}{\boxed{-1}}$ をとる。

[2] $F(x)$ を $f(x)$ の原始関数の一つとすると

$$F'(x) = f(x) \quad \boxed{\text{⑦}} \quad (\text{ツ})$$

領域 $1 \leq x \leq t$, $f(x) \leq y \leq 0$ の面積として

$$W = \int_1^t \{-f(x)\} dx = \left[-F(x)\right]_1^t = -F(t) + F(1) \quad \dots\dots \text{①}$$

$$\boxed{\text{④}} \quad (\text{テ})$$

底辺の長さ $2t^2 - 2$, 2 辺の長さ $t^2 + 1$ の二等辺三角形の面積として

$$W = \frac{1}{2} \cdot (2t^2 - 2) \cdot \sqrt{(t^2 + 1)^2 - (t^2 - 1)^2}$$

$$= (t^2 - 1) \sqrt{4 \cdot t^2 \cdot 1}$$

$$= 2|t|(t^2 - 1) = 2t(t^2 - 1) \quad \dots\dots \text{②}$$

①, ②より

$$-F(t) + F(1) = 2t(t^2 - 1)$$

$$\therefore F(t) = -2t^3 + 2t + F(1), \quad f(t) = F'(t) = \underset{(\text{トナ})}{\boxed{-6}} t \overset{(\text{ニ})}{\boxed{2}} + \underset{(\text{ヌ})}{\boxed{2}}$$

(注) 問題文では「 $F(x)$ を $f(x)$ の不定積分とする」と表現しているが, ここでは「 $F(x)$ を $f(x)$ の原始関数の一つとする」と表現する方が適切だと思われる。確かに $F'(t)$ を求めるだけであれば定数項は考えなくてもよいが, ①かつ②より(定数項も含めて一致するという)通常の等式が成り立つとわかるのだから, 敢えて(定数項は考えないで)類が等しいとする必要はない。

本問では関数方程式(微分方程式)を出題しているが, 多項式関数に限られているので, 数学 II の範囲内であると解釈できる。

第3問

(1) 等差数列 $\{a_n\}$ の公差を d とすると

$$\begin{cases} a_4 = a_1 + 3d = 30 & \dots\dots \textcircled{1} \\ S_8 = \frac{8}{2}(a_1 + a_1 + 7d) = 288 & \dots\dots \textcircled{2} \end{cases}$$

②より

$$2a_1 + 7d = 72$$

① $\times 2$ を引いて

$$d = \boxed{12} \quad (\text{ウエ})$$

①より

$$a_1 = 30 - 3d = \boxed{-6} \quad (\text{アイ})$$

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{n}{2}(a_1 + a_n) = \frac{n}{2}\{-6 - 6 + 12(n-1)\} \\ &= 6n(n-2) \\ &= \boxed{6}n^2 - \boxed{12}n \quad (\text{オカキ}) \end{aligned}$$

(2) 等比数列 $\{b_n\}$ の公比を r とすると

$$\begin{cases} b_2 = b_1 r = 36 & \dots\dots \textcircled{3} \\ T_3 = b_1(1+r+r^2) = 156 & \dots\dots \textcircled{4} \end{cases}$$

③かつ④より b_1 を消去すると

$$\frac{36}{r}(1+r+r^2) = 156$$

$$3(1+r+r^2) = 13r$$

$$3r^2 - 10r + 3 = 0$$

$$(3r-1)(r-3) = 0$$

$r > 1$ より

$$r = \boxed{3} \quad (\text{コ})$$

③より

$$b_1 = \frac{36}{r} = \boxed{12} \quad (\text{クケ})$$

$$T_n = \frac{b_1(3^n - 1)}{3 - 1} = \boxed{6} \left(\boxed{3}^n - \boxed{1} \right) \quad (\text{サシス})$$

(3)

$$\begin{aligned}
d_n &= c_{n+1} - c_n \\
&= \sum_{k=1}^{n+1} (n-k+2)(a_k - b_k) - \sum_{k=1}^n (n-k+1)(a_k - b_k) \\
&= \sum_{k=1}^{n+1} (n-k+2)(a_k - b_k) - \sum_{k=1}^{n+1} (n-k+1)(a_k - b_k) \\
&= \sum_{k=1}^{n+1} \{(n-k+2) - (n-k+1)\}(a_k - b_k) \\
&= \sum_{k=1}^{n+1} (a_k - b_k) \\
&= \sum_{k=1}^{n+1} a_k - \sum_{k=1}^{n+1} b_k = S_{n+1} - T_{n+1} \quad \boxed{5} \text{ (セ)} \\
&= 6(n+1)(n+1-2) - 6(3^{n+1} - 1) \\
&= 6(n^2 - 1) - 6 \cdot 3^{n+1} + 6 \\
&= \boxed{6} n^2 - 2 \cdot \boxed{3} n^{n+2} \quad \boxed{2} \text{ (フ)} \\
&\quad \quad \quad \text{(ウ)} \quad \quad \quad \text{(エ)}
\end{aligned}$$

 $n \geq 2$ のとき

$$\begin{aligned}
c_2 - c_1 &= 6 \cdot 1^2 - 2 \cdot 3^3 \\
c_3 - c_2 &= 6 \cdot 2^2 - 2 \cdot 3^4 \\
c_4 - c_3 &= 6 \cdot 3^3 - 2 \cdot 4^5 \\
&\vdots \\
+) \quad c_n - c_{n-1} &= 6(n-1)^2 - 2 \cdot 3^{n+1} \\
\hline
c_n - c_1 &= 6 \cdot \frac{1}{6} n(n-1)(2n-1) - 54 \cdot \frac{3^{n-1} - 1}{3-1} \\
&= n(n-1)(2n-1) - 27(3^{n-1} - 1)
\end{aligned}$$

最終行の式は $n=1$ のときも成り立ち,

$$c_1 = a_1 - b_1 = -6 - 12 = \boxed{-18} \text{ (ツテト)}$$

であるから,

$$\begin{aligned}
c_n &= n(n-1)(2n-1) - 18 - 27(3^{n-1} - 1) \\
&= \boxed{2} n^3 - \boxed{3} n^2 + n + \boxed{9} - 3^{n+2} \quad \boxed{2} \text{ (ホ)} \\
&\quad \quad \quad \text{(カ)} \quad \quad \quad \text{(キ)} \quad \quad \quad \text{(ク)}
\end{aligned}$$

第4問

(1) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{FB} - \overrightarrow{FA} = \vec{q} - \vec{p}$ ② の大きさの平方は

$$|\overrightarrow{AB}|^2 = |\vec{p}|^2 - \frac{2}{\text{(イ)}} \vec{p} \cdot \vec{q} + |\vec{q}|^2 \quad \dots\dots\dots \text{①}$$

(2) 点DはABを1:3に内分するから

$$\overrightarrow{FD} = \frac{3\overrightarrow{FA} + \overrightarrow{FB}}{1+3} = \frac{\text{(ウ)} \quad \text{(オ)}}{\text{(エ)} \quad \text{(カ)}} \vec{p} + \frac{\text{(オ)} \quad \text{(カ)}}{\text{(エ)} \quad \text{(カ)}} \vec{q} \quad \dots\dots\dots \text{②}$$

(3) $\overrightarrow{FD} = s\vec{r}$ であるから, ②より

$$\frac{3}{4}\vec{p} + \frac{1}{4}\vec{q} = s\vec{r} \quad \therefore \vec{q} = \frac{\text{(キク)} \quad \text{(ケ)}}{\text{(キク)} \quad \text{(ケ)}} \vec{p} + \frac{\text{(ケ)} \quad \text{(キク)}}{\text{(キク)} \quad \text{(ケ)}} s\vec{r} \quad \dots\dots \text{③}$$

点EはBCをa:(1-a)に内分し, $\overrightarrow{FE} = t\vec{p}$ であるから

$$\overrightarrow{FE} = (1-a)\vec{q} + a\vec{r} = t\vec{p}$$

0 < a < 1 より 1 - a ≠ 0 であるから

$$\vec{q} = \frac{t}{\text{(コ)} \quad \text{(サ)}} \vec{p} - \frac{\text{(シ)} \quad \text{(シ)}}{1-a} \vec{r} \quad \dots\dots\dots \text{④}$$

\vec{p} と \vec{r} は1次独立であるから, ③かつ④より

$$-3 = \frac{t}{1-a} \quad \text{かつ} \quad 4s = -\frac{a}{1-a}$$

$$\therefore s = \frac{\text{(スセ)} \quad \text{(セ)} \quad \text{(ソ)}}{\text{(ソ)} \quad \text{(ソ)}} (1-a), \quad t = \frac{\text{(タチ)} \quad \text{(チ)} \quad \text{(チ)}}{\text{(タチ)} \quad \text{(チ)} \quad \text{(チ)}} (1-a)$$

(4) $|\vec{p}| = 1$ のとき, ①より

$$|\overrightarrow{AB}|^2 = 1 - 2\vec{p} \cdot \vec{q} + |\vec{q}|^2 \quad \dots\dots\dots \text{⑤}$$

$$\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{FE} - \overrightarrow{FB} = t\vec{p} - \vec{q} = -3(1-a)\vec{p} - \vec{q}$$

$$|\overrightarrow{BE}|^2 = \frac{\text{(ツ)} \quad \text{(ツ)}}{\text{(ツ)} \quad \text{(ツ)}} (1-a)^2 + \frac{\text{(チ)} \quad \text{(チ)}}{\text{(チ)} \quad \text{(チ)}} (1-a)\vec{p} \cdot \vec{q} + |\vec{q}|^2 \quad \dots\dots\dots \text{⑥}$$

$|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BE}|$ とするとき, ⑥ - ⑤より

$$9(1-a)^2 - 1 + \{6(1-a) - (-2)\}\vec{p} \cdot \vec{q} = 0$$

$$9a^2 - 18a + 8 + (8-6a)\vec{p} \cdot \vec{q} = 0$$

$$(3a-2)(3a-4) - 2(3a-4)\vec{p} \cdot \vec{q} = 0$$

$0 < a < 1$ より $3a - 4 \neq 0$ であるから

$$\vec{p} \cdot \vec{q} = \frac{\overset{\text{(トナ)}}{\boxed{3a}} - \overset{\text{(ニ)}}{\boxed{2}}}{\underset{\text{(ヌ)}}{\boxed{2}}}$$

第5問

(1) a 枚のうち 1 枚を選ぶ確率と考えて,

$$P(X = 2a) = \frac{\boxed{1}^{(\mathcal{F})}}{\boxed{a}^{(\mathcal{I})}}$$

$a = 5$ のとき, X の期待値 $E(X)$ は

$$E(X) = 2 \times \frac{1}{5} + 4 \times \frac{1}{5} + 6 \times \frac{1}{5} + 8 \times \frac{1}{5} + 10 \times \frac{1}{5} = \boxed{6}^{(\mathcal{U})}$$

X の分散 $V(X)$ は

$$\begin{aligned} V(X) &= E((X - 6)^2) \\ &= (2 - 6)^2 \times \frac{1}{5} + (4 - 6)^2 \times \frac{1}{5} + (6 - 6)^2 \times \frac{1}{5} \\ &\quad + (8 - 6)^2 \times \frac{1}{5} + (10 - 6)^2 \times \frac{1}{5} \\ &= \frac{40}{5} = \boxed{8}^{(\mathcal{E})} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} E(sX + t) = sE(X) + t = 6s + t = 20 \\ V(sX + t) = s^2V(X) = 8s^2 = 32 \end{cases} \text{ のとき}$$

$$s = \boxed{2}^{(\mathcal{O})}, \quad t = \boxed{8}^{(\mathcal{K})}$$

である。

$$2X + 8 \geq 20 \iff X \geq 6 \iff X = 6, 8, 10$$

であるから,

$$P(2X + 8 \geq 20) = \frac{3}{5} = 0. \boxed{6}^{(\mathcal{H})}$$

(2) 「3枚のカードを同時に取り出して横1列に並べる」とは「順に3枚を取り出して並べる」と考えられ, 「小さい順に並んでいる」とは「3枚が組として選ばれた」と考えられるから, 事象 A が起こる確率 $P(A)$ は

$$P(A) = \frac{{}_a C_3}{{}_a P_3} = \frac{1}{3!} = \frac{\boxed{1}^{(\mathcal{K})}}{\boxed{6}^{(\mathcal{E})}}$$

この試行を 180 回繰り返すとき, 事象 A が起こる回数 Y の平均 m は

$$m = 180 \times \frac{1}{6} = \boxed{30}^{(\mathcal{C}\mathcal{S})}$$

Y の分散 σ^2 は

$$\sigma^2 = 180 \times \frac{1}{6} \times \frac{5}{6} = \boxed{25}^{(\mathcal{S}\mathcal{S})}$$

$$Z = \frac{Y - m}{\sigma} = \frac{Y - 30}{5} \text{ とおくと}$$

$$18 \leq Y \leq 36 \iff -\boxed{2} \cdot \boxed{40} \leq Z \leq \boxed{1} \cdot \boxed{20}$$

(セ) (ソタ) (チ) (ツテ)

であるから，正規分布表より，確率近似値は

$$P(18 \leq Y \leq 36) = 0.4918 + 0.3849 = 0.8767 \div 0. \boxed{88}$$

(トナ)

(注) 0.8767 と求めたものをどのように答えるのか，問題文には指示がないが，小数第 3 位を四捨五入して答としてよかったのだろうか。

(3) 無作為に 400 人を選んで 320 人が賛成であったとき，その標本比率 R は

$$R = \frac{320}{400} = \frac{4}{5} = 0. \boxed{8}$$

(ニ)

標本の大きさが 400 と大きいので，二項分布の正規分布による近似を用いると，

$$1.96 \times \sqrt{\frac{0.8 \times 0.2}{400}} = 1.96 \times \sqrt{0.0004} = 0.0392$$

であるから， p に対する信頼度 95% の信頼区間は

$$0.8 - 0.0392 \leq p \leq 0.8 + 0.0392$$

$$0.7608 \leq p \leq 0.8398$$

$$\therefore 0. \boxed{76} \leq p \leq 0. \boxed{84}$$

(ヌネ) (ノハ)

(注) こども，(2) と同様に処理の仕方に指示がない。境界値を近似値で求めればよいのか，0.01 刻みで $0.7608 \leq p \leq 0.8398$ を含む最小範囲を求めなければならないのか，いろいろな解釈が成り立つ。

信頼区間の幅について

$$L_1 = 2 \times 1.96 \times \sqrt{0.0004}$$

$$L_2 = 2 \times 1.96 \times \sqrt{\frac{0.6 \times 0.4}{400}} = 2 \times 1.96 \times \sqrt{0.0006}$$

$$L_3 = 2 \times 1.96 \times \sqrt{\frac{0.8 \times 0.2}{500}} = 2 \times 1.96 \times \sqrt{0.00032}$$

であるから，

$$L_3 < L_1 < L_2 \quad \boxed{\text{④}}$$

(ヒ)