

分数で割るとき分母と分子を換えるのはなぜ？

$\frac{a}{b}$ を $\frac{c}{d}$ で割るとき

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

とするものであるが、疑問に思っている人が意外と多い。

割り算の定義より

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} \times \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

分数の掛け算の定義より

$$\frac{c}{d} \times \frac{d}{c} = \frac{c \times d}{d \times c} = 1 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

①, ②より

$$\begin{aligned} \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} &= \left(\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} \right) \times \left(\frac{c}{d} \times \frac{d}{c} \right) \\ &= \left(\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} \times \frac{c}{d} \right) \times \frac{d}{c} \\ &= \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} \end{aligned}$$

というわけである。

理解のポイントは、(正の)整数の範囲で成り立っていた積の結合法則が有理数や実数に拡張しても成り立つとした点である。かつて分数の除法は小学4年で習い、小学4年の時点では演算の成り立ちの本質を認識していなかったのが、不可解な印象だけが残ったというのが真相であろう。今から思えば、随分簡単なことで悩んでいたものである。

今の課程で、分数が中学で演算法則を習ったあとに習うのは一見合理的に見えるが、それは学習を3年以上遅らせ、算数・数学嫌いの子供を増やすことだけに貢献している。歴史的に見ても、分数の方が(現在でも小学校で習う)小数より扱いが簡単なのは明白のはずなのに、難しいとされている。小学4年の時点で理屈が邪魔をして理解しづらいというのなら、小学3年以前に慣れておくのが本筋である。このあたりに、学力低下問題やゆとり教育失敗の原因の一端が垣間見える。