

センター試験 de 確率演習

「確率」は初等的で易しいとされていますが、言い方を換えると、「こうやれば必ず解ける」という明確な解法(理論体系)がないことを意味します。そのため、目新しい問題に対して「その場で何とかする」学力がつねに問われることとなります。

そこで、そうした状況に対処する感覚を養うために、旧課程時代のセンター試験の確率問題を精選して、演習ファイルを作成しました。センター試験の問題を対象に選んだのは、技巧が通用しない素朴な設定の問題であることがその理由です。また、旧課程時代のものにしたのは、2次試験対策に通じるボリュームを有していることと、現時点でのセンター試験対策の邪魔にならないようにするためです。

問題は、数え上げタイプのものから演算タイプのものへ、軽めのものから重ためのものへ、という順に並べてあります。うまく活用して、実際に役立つ学力をつけて下さい。

1

袋の中に、1から6までの数字が書いてある球が、2個ずつ合計12個ある。
この中から3個の球を同時に取り出す。取り出した球の数字について考える。

(1) 三つの数の和が5である確率は $\frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シス}}}$ である。

(2) 三つの数のうち最も大きい数が4である確率は $\frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソタ}}}$ である。

(3) 三つの数の積が偶数である確率は $\frac{\boxed{\text{チツ}}}{\boxed{\text{テト}}}$ である。

(92年 本試〔2〕)

2

1 から 25 までの整数がひとつずつ書いてあるカードが 25 枚ある。これをよくきって、1 枚ずつ 2 回ぬきとる。最初にぬきとったカードをもとに戻してよくきってから次のカードをぬきとる場合を「戻す場合」といい、最初のカードを戻さずに次のカードをぬきとる場合を「戻さない場合」ということにする。

最初にぬいたカードにかいてある整数を a とし、次にぬいたカードに書いてある整数を b とする。

(1) 戻す場合、 $a + b = 9$ となる確率は $\frac{\text{ア}}{\text{イウエ}}$ である。

(2) 戻さない場合、 $a + b = 9$ となる確率は $\frac{\text{オ}}{\text{カキ}}$ である。

(3) 戻す場合、 $550 < ab < 600$ となる確率は $\frac{\text{ク}}{\text{ケコサ}}$ である。

(4) 戻さない場合、 $550 < ab < 600$ となる確率は $\frac{\text{シ}}{\text{スセソ}}$ である。

(5) 戻す場合、 $a < 2b$ となる確率は $\frac{\text{タチツ}}{\text{テトナ}}$ である。

(6) 戻さない場合、 $a < 2b$ となる確率は $\frac{\text{ニヌ}}{\text{ネノ}}$ である。

(96 年 本試)

3

(1) 2個のさいころを振って出た目の数の積について、一の位の数が n である

確率を考える。これは $n = 5$ のとき $\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イウ}}}$, $n = 8$ のとき $\frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$,

$n = \boxed{\text{カ}}$ のとき 0 である。

(2) 3個のさいころを振って出た目の数の積が 24 となる確率は $\frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{クケ}}}$ で

ある。また、3で割り切れる確率は $\frac{\boxed{\text{コサ}}}{\boxed{\text{シス}}}$ である。

(3) 4個のさいころを振って出た目の数の積が素数となる確率は $\frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソタチ}}}$

である。また、4で割り切れる確率は $\frac{\boxed{\text{ツテ}}}{\boxed{\text{トナ}}}$ である。

(93年 追試)

4

スイッチを入れると赤色または青色で点滅する電灯がある。最初の発色が赤である確率は $\frac{1}{2}$ ，青である確率も $\frac{1}{2}$ とする。2 回目以降は，赤色につづいて赤に発色する確率は $\frac{1}{3}$ ，青に発色する確率は $\frac{2}{3}$ ，また青色につづいて赤に発色する確率は $\frac{3}{5}$ ，青に発色する確率は $\frac{2}{5}$ であるとする。

(1) 2 回目の発色が赤である確率は $\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イウ}}}$ である。

(2) 3 回発色するとき，赤が 1 回，青が 2 回である確率は $\frac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カキ}}}$ である。

(3) 5 回発色するとき，二つの色が交互に発色する確率は $\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケコ}}}$ である。

(92 年 本試〔1〕)

5

赤い玉，白い玉，青い玉がそれぞれ 3 個ずつ入った袋がある。

赤い玉には 1, 1, 2, 白い玉には 1, 2, 2, 青い玉には 2, 2, 2 という数字がそれぞれ一つずつ書いてある。

この袋の中から玉を 1 個ずつ 3 回取り出すことを考える。ただし，赤い玉を取り出したときは袋の中に戻し，白い玉と青い玉のときには戻さないことにする。

(1) 3 回とも赤い玉を取り出す確率は $\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イウ}}}$ である。

3 回とも青い玉を取り出す確率は $\frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オカ}}}$ である。

取り出した玉の色が赤，青，青の順になる確率は $\frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{クケ}}}$ である。

取り出した玉の色が青，青，赤の順になる確率は $\frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サシ}}}$ である。

(2) 2 回目に取り出した玉に書いてある数字が 1 である確率は $\frac{\boxed{\text{スセ}}}{\boxed{\text{ソタ}}}$ である。

また，取り出した玉に書いてある数字が 3 回とも 1 である確率は

$\frac{\boxed{\text{チツテ}}}{\boxed{\text{トナニヌ}}}$ である。

(94 年 本試)

6

テーブルの上に、1から5までの数字が書いてある札が1枚ずつあり、5人の人が順に1回だけサイコロをふる。出た目と同じ数字の札であれば、その札の数をその人の得点とし、その札をテーブルの上から取り除く。同じ数字の札がなければ6を得点とする。

(1) 最初の人得点の期待値は $\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。

(2) 3番目の人得点が1である確率は $\frac{\boxed{\text{ウエ}}}{\boxed{\text{オカキ}}}$ であり、また6である確率は $\frac{\boxed{\text{クケ}}}{\boxed{\text{コサシ}}}$ である。

(3) 5番目の人が得点したとき、テーブルの上の札が全部なくなる確率は $\frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セソタ}}}$ である。

(4) 5人の得点がすべて異なる確率は $\frac{\boxed{\text{チツ}}}{\boxed{\text{テト}}}$ である。

(5) 5人の得点の合計が29になる確率は $\frac{\boxed{\text{ナニ}}}{\boxed{\text{ヌネノハ}}}$ である。

(92年 追試)

7

A, B 2人が硬貨を1枚ずつもち、同時に投げて、表が出れば1点、裏が出れば0点を各自の得点として、これを何回か行って合計点を競うゲームをする。

(1) 1回目に A, B の得点が等しい確率は $\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。

(2) 1回目の A, B の得点が等しく、2回目が終わったときの A, B の合計点も等しくなる確率は $\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である。

(3) 2回目が終わったとき A, B の合計点が等しい確率は $\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ であり、

2回目で初めて合計点が等しくなる確率は $\frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ である。

(4) 3回目が終わったとき A, B の合計点が等しい確率は $\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コサ}}}$ であり、

3回目で初めて A, B の合計点が等しくなる確率は $\frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{スセ}}}$ である。

(5) 4回目が終わったとき A, B の合計点が等しい確率は $\frac{\boxed{\text{ソタ}}}{\boxed{\text{チツテ}}}$ である。

(95年 本試)

8

座標平面上で連立不等式

$$-2 \leq x \leq 4, \quad |y| \leq 2$$

の表す領域を T とする。最初, 点 P の位置は原点とする。二種類の硬貨 A, B を同時に投げて表が出るか裏が出るかに従って, 次のように P の位置を決める試行をする。

点 P が T の点である場合

A と B が共に表のとき, x 座標と y 座標を共に 1 ずつ増す。

A が表, B が裏のとき, x 座標を 1 増し, y 座標を 1 減らす。

A が裏, B が表のとき, x 座標を 1 減らし, y 座標を 1 増す。

A と B が裏のとき, x 座標と y 座標を共に 1 ずつ減らす。

点 P が T の外部にある場合は動かさない。

- (1) 2 回の試行で P が原点に戻る確率は $\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。
- (2) 2 回の試行後に P が T の周上にある確率は $\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である。
- (3) 3 回の試行後に P が T の点である確率は $\frac{\boxed{\text{オカ}}}{\boxed{\text{キク}}}$ である。
- (4) 4 回の試行で P がはじめて原点に戻る確率は $\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コサ}}}$ である。
- (5) 4 回の試行後に P が T の外部にある確率は $\frac{\boxed{\text{シス}}}{\boxed{\text{セソ}}}$ である。
- (6) 4 回の試行後に P が x 軸上にある確率は $\frac{\boxed{\text{タチ}}}{\boxed{\text{ツテ}}}$ である。

(96 年 追試)

1

(1) 和が 5 となる組合せは

$$(1, 1, 3), (1, 2, 2)$$

それぞれの取り出し方は 2 通りずつあるから、求める確率は

$$\frac{2+2}{{}_{12}C_3} = \frac{\boxed{1}}{\boxed{55}} \left(\frac{\text{サ}}{\text{シス}} \right)$$

(2) 「最大数が 4」ということは、「5, 6 の球は取り出さず、4 の球を少なくとも 1 つ取り出す」ということであるから、その確率は

$$\frac{{}_8C_3 - {}_6C_3}{{}_{12}C_3} = \frac{56 - 20}{220} = \frac{\boxed{9}}{\boxed{55}} \left(\frac{\text{セ}}{\text{ソタ}} \right)$$

(3) 「積が偶数」 \iff 「少なくとも 1 つが偶数」 \iff 「すべてが奇数」の余事象

であるから、求める確率は

$$1 - \frac{{}_6C_3}{{}_{12}C_3} = 1 - \frac{20}{220} = \frac{\boxed{10}}{\boxed{11}} \left(\frac{\text{チツ}}{\text{テト}} \right)$$

2

(1) $a + b = 9$ となるのは

$$(a, b) = (1, 8), (2, 7), (3, 6), (4, 5), (5, 4), (6, 3), (7, 2), (8, 1)$$

の場合であるから、戻す場合の $a + b = 9$ となる確率は

$$\frac{8}{25^2} = \frac{\boxed{8}}{\boxed{625}} \left(\frac{\text{ア}}{\text{イウエ}} \right)$$

(2) 戻さない場合の $a + b = 9$ となる確率は

$$\frac{8}{25 \times 24} = \frac{\boxed{1}}{\boxed{75}} \left(\frac{\text{オ}}{\text{カキ}} \right)$$

(3) $550 < ab < 600$ となるのは

$$(a, b) = (25, 23), (24, 24), (24, 23), (23, 25), (23, 24)$$

の場合であるから、戻す場合の $550 < ab < 600$ となる確率は

$$\frac{5}{25^2} = \frac{\boxed{1}}{\boxed{125}} \left(\frac{\text{ク}}{\text{ケコサ}} \right)$$

(4) $a \neq b$ に注意して、戻さない場合の $550 < ab < 600$ となる確率は

$$\frac{4}{25 \times 24} = \frac{\boxed{1}}{\boxed{150}} \left(\frac{\text{シ}}{\text{スセソ}} \right)$$

(5) $a < 2b$ となるのは

$$1 \leq b \leq 13 \text{ のとき } 1 \leq a \leq 2b - 1$$

$$14 \leq b \leq 25 \text{ のとき } 1 \leq a \leq 25$$

戻す場合の $a < 2b$ となる場合の数は

$$\sum_{b=1}^{13} (2b - 1) + 25 \times (25 - 13) = \frac{13}{2} \times (1 + 25) + 25 \times 12 = 469$$

通りあるから、

$$\text{戻す場合の } a < 2b \text{ となる確率は } \frac{\boxed{469}}{\boxed{625}}$$

(6) $a \neq b$ に注意して、戻さない場合の $a < 2b$ となる確率は

$$\frac{469 - 25}{25 \times 24} = \frac{\boxed{37}}{\boxed{50}} \left(\frac{\text{ニヌ}}{\text{ネノ}} \right)$$

3

(1) $n = 5$ となるのは「5と奇数の積」の場合で、

$$(1, 5), (3, 5), (5, 5), (5, 3), (5, 1)$$

の5通りである。よって、 $n = 5$ となる確率は

$$\frac{5}{6^2} = \frac{\boxed{5}}{\boxed{36}} \left(\frac{\text{ア}}{\text{イウ}} \right)$$

一の位が8である整数のうち2個のさいころの目の積として表せるのは

$$(4, 2), (2, 4) \text{ および } (6, 3), (3, 6)$$

の4通りである。よって、 $n = 8$ となる確率は

$$\frac{4}{6^2} = \frac{\boxed{1}}{\boxed{9}} \left(\frac{\text{エ}}{\text{オ}} \right)$$

$1 \times n = n$ ($1 \leq n \leq 6$), $2 \times 4 = 8$, $3 \times 3 = 9$, $2 \times 5 = 10$ より7以外はすべて起こり得る。7, 17, 27 はいずれも二つのさいころの目の積では表せないから、確率が0となるのは $n = \boxed{7}$ のときだけである。

(カ)

(2) 3数の積が24となる組合せは

$$\{1, 4, 6\}, \{2, 2, 6\}, \{2, 3, 4\}$$

であり、 6^3 通りの出方のうち、このような組合せについてはそれぞれ6, 3, 6通りある。よって、積が24となる確率は

$$\frac{6 + 3 + 6}{6^3} = \frac{\boxed{5}}{\boxed{72}} \left(\frac{\text{キ}}{\text{クケ}} \right)$$

3が素数であるから、3で割り切れるのは「少なくとも1つの目が3または6」であることと同値であり、その確率は

$$\frac{6^3 - 4^3}{6^3} = \frac{\boxed{19}}{\boxed{27}} \left(\frac{\text{コサ}}{\text{シス}} \right)$$

(3) 素因数分解を考えると

$$\text{「4数の積が素数」} \iff \text{「1つが素数で残りすべてが1」}$$

であるから、その組合せは $\{1, 1, 1, 2\}$, $\{1, 1, 1, 3\}$, $\{1, 1, 1, 5\}$ であり、4数の積が素数となる確率は

$$\frac{4 \times 3}{6^4} = \frac{\boxed{1}}{\boxed{108}} \left(\frac{\text{セ}}{\text{ソタチ}} \right)$$

4数の積が4で割り切れないのは

「4つがすべて奇数」または「1つだけが2または6で残りが奇数」となることである。よって、4数の積が4で割り切れる確率は

$$\frac{6^4 - (3^4 + 4C_1 \times 2 \times 3^3)}{6^4} = \frac{2^4 \times 3 - (3 + 8)}{2^4 \times 3} = \frac{\boxed{37}}{\boxed{48}} \left(\frac{\text{ツテ}}{\text{トナ}} \right)$$

4

- (1) 赤赤，青赤と発色する場合に分けて，2回目の発色が赤である確率を求めると

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \times \frac{3}{5} = \frac{\boxed{7}}{\boxed{15}} \left(\frac{\text{ア}}{\text{イウ}} \right)$$

- (2) 3回の発色で赤が1回，青が2回となるのは
赤青青，青赤青，青青赤

の3つの場合があり，それぞれの確率の和を求めて

$$\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{5} + \frac{1}{2} \times \frac{3}{5} \times \frac{2}{3} + \frac{1}{2} \times \frac{2}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{\boxed{34}}{\boxed{75}} \left(\frac{\text{エオ}}{\text{カキ}} \right)$$

- (3) 赤青赤青赤，青赤青赤青の場合に分けて

$$\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{5} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{5} + \frac{1}{2} \times \frac{3}{5} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{\boxed{4}}{\boxed{25}} \left(\frac{\text{ク}}{\text{ケコ}} \right)$$

5

(1) 3回とも赤い玉を取り出す確率は

$$\left(\frac{3}{9}\right)^3 = \frac{\boxed{1}}{\boxed{27}} \left(\frac{\text{ア}}{\text{イウ}}\right)$$

3回とも青い玉を取り出す確率は

$$\frac{3}{9} \times \frac{2}{8} \times \frac{1}{7} = \frac{\boxed{1}}{\boxed{84}} \left(\frac{\text{エ}}{\text{オカ}}\right)$$

取り出した玉の色が赤, 青, 青の順になる確率は

$$\frac{3}{9} \times \frac{3}{9} \times \frac{2}{8} = \frac{\boxed{1}}{\boxed{36}} \left(\frac{\text{キ}}{\text{クケ}}\right)$$

取り出した玉の色が青, 青, 赤の順になる確率は

$$\frac{3}{9} \times \frac{2}{8} \times \frac{3}{7} = \frac{\boxed{1}}{\boxed{28}} \left(\frac{\text{コ}}{\text{サシ}}\right)$$

(2) 1回に取り出す玉が

- (i) 赤い玉の場合
- (ii) 1と書かれた白い玉の場合
- (iii) その他の場合

に分けて考えて, 2回目に1の玉を取り出す確率を求めると

$$\frac{3}{9} \times \frac{3}{9} + \frac{1}{9} \times \frac{2}{8} + \frac{5}{9} \times \frac{3}{8} = \frac{8+2+15}{72} = \frac{\boxed{25}}{\boxed{72}} \left(\frac{\text{スセ}}{\text{ソタ}}\right)$$

1と書かれた白い玉が何回目に取り出されるかで場合を分け, 3回とも1と書かれた赤い玉を取り出す場合と合わせて, 3回とも1の玉を取り出す確率は

$$\begin{aligned} & \frac{1}{9} \times \frac{2}{8} \times \frac{2}{8} + \frac{2}{9} \times \frac{1}{9} \times \frac{2}{8} + \frac{2}{9} \times \frac{2}{9} \times \frac{1}{9} + \frac{2}{9} \times \frac{2}{9} \times \frac{2}{9} \\ &= \frac{81+72+64+128}{9^3 \times 2^4} \\ &= \frac{\boxed{115}}{\boxed{3888}} \left(\frac{\text{チツテ}}{\text{トナニヌ}}\right) \end{aligned}$$

6

(1) 最初の人の得点の期待値は

$$(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6) \times \frac{1}{6} = \frac{\boxed{7}}{\boxed{2}} \left(\frac{\text{ア}}{\text{イ}} \right)$$

(2) 3番目の人の得点が1となるのは、3人目ではじめて1の目が出る場合であるから、その確率は

$$\frac{5}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{\boxed{25}}{\boxed{216}} \left(\frac{\text{ウエ}}{\text{オカキ}} \right)$$

3番目の人の得点が6になるのは、6の目が出るか2番目までに目と同じ目が出る場合である。3番目に出る目が6の場合とそうでない場合に分けて

$$\begin{aligned} \frac{1}{6} + \left\{ 1 - \left(\frac{5}{6} \right)^2 \right\} \times \frac{1}{6} \times 5 &= \frac{36 + (36 - 25) \times 5}{6^3} \\ &= \frac{\boxed{91}}{\boxed{216}} \left(\frac{\text{クケ}}{\text{コサシ}} \right) \end{aligned}$$

(3) 5番目の人で札が全部なくなるのは、5人が1から5までの相異なる目を出す場合であるから、確率は

$$\frac{5!}{6^5} = \frac{5}{2^2 \times 3^4} = \frac{\boxed{5}}{\boxed{324}} \left(\frac{\text{ス}}{\text{セソタ}} \right)$$

(4) 4人の5以下の異なる目を出し、1人が6の目を出す確率は

$$\frac{5 \times 5!}{6^5} = \frac{25}{324}$$

5人が5以下の異なる4つの目を出す確率は

$$\frac{5 \times {}_5C_2 \times {}_4P_3}{6^5} = \frac{50}{324}$$

(3) と以上をあわせて、5人の得点がすべて異なる確率は

$$\frac{5}{324} + \frac{25}{324} + \frac{50}{324} = \frac{80}{324} = \frac{\boxed{20}}{\boxed{81}} \left(\frac{\text{チツ}}{\text{テト}} \right)$$

(5) 5人の得点合計が29になるのは、1人が5点で4人が6点となる場合であり、それは5と6の目以外は出ないで5の目が必ず出る場合であるから、その確率は

$$\frac{2^5 - 1}{6^5} = \frac{\boxed{31}}{\boxed{7776}} \left(\frac{\text{ナニ}}{\text{ヌネノハ}} \right)$$

7

- (1) 1回目に A, B の得点が等しくなるのは、「ともに表が出る」または「ともに裏が出る」場合であるから、確率は

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{\boxed{1}}{\boxed{2}} \left(\frac{\text{ア}}{\text{イ}}\right)$$

- (2) 1回目も2回目も A, B の得点が等しくなる確率は

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{\boxed{1}}{\boxed{4}} \left(\frac{\text{ウ}}{\text{エ}}\right)$$

- (3) 2回の合計点が0で一致する確率, 1で一致する確率, 2で一致する確率はそれぞれ

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{16}, \quad 2\left(\frac{1}{2}\right)^2 \times 2\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}, \quad \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{16}$$

であるから, 2回の合計点が等しい確率は

$$\frac{1}{16} + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} = \frac{\boxed{3}}{\boxed{8}} \left(\frac{\text{オ}}{\text{カ}}\right)$$

2回目で初めて合計点が等しくなるのは,

A が表裏と出て B が裏表と出るか, またはその逆の場合であるから, その確率は

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times 2 = \frac{\boxed{1}}{\boxed{8}} \left(\frac{\text{キ}}{\text{ク}}\right)$$

- (4) 3回の合計点が k ($k = 0, 1, 2, 3$) で一致する確率は

$$\left\{ {}_3C_k \left(\frac{1}{2}\right)^3 \right\}^2 = \frac{({}_3C_k)^2}{8^2}$$

であるから, 3回の合計点が等しい確率は

$$\frac{1^2}{8^2} + \frac{3^2}{8^2} + \frac{3^2}{8^2} + \frac{1^2}{8^2} = \frac{1+9+9+1}{64} = \frac{\boxed{5}}{\boxed{16}} \left(\frac{\text{ケ}}{\text{コサ}}\right)$$

3回目で初めて合計点が等しくなるのは,

(i) 一方が表裏裏, 他方が裏裏表と出る

(ii) 一方が表表裏, 他方が裏表表と出る

のいずれかの場合であるから, その確率は

$$\left(\frac{1}{2}\right)^3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times (2+2) = \frac{\boxed{1}}{\boxed{16}} \left(\frac{\text{シ}}{\text{スセ}}\right)$$

- (5) (4) と同様に考えて, 4回の合計点が等しい確率は

$$\frac{({}_4C_0)^2 + ({}_4C_1)^2 + ({}_4C_2)^2 + ({}_4C_3)^2 + ({}_4C_4)^2}{(2^4)^2} = \frac{\boxed{35}}{\boxed{128}} \left(\frac{\text{ソタ}}{\text{チツテ}}\right)$$

8

(1) 2回目に原点に戻るのは, 1回目に移動した経路を戻す場合であるから,

$$2 \text{ 回目で原点に戻る確率は } \frac{\boxed{1}}{\boxed{4}} \left(\frac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}} \right)$$

(2) 2回の試行で到達し得る点のうち, T の周上にあるのは

$$(-2, 2), (0, 2), (2, 2), (-2, 0), (-2, -2), (0, -2), (2, -2)$$

であり, 2回の移動でその点に到達する経路の数は

$$(0, 2), (-2, 0), (0, -2) \quad \dots\dots 2 \text{ 通り}$$

$$(-2, 2), (2, 2), (-2, -2), (2, -2) \quad \dots\dots 1 \text{ 通り}$$

である。

2回の試行における根元事象の確率は $\left(\frac{1}{4}\right)^2$ であるから, 2回の試行後に T の周上にある確率は

$$\left(\frac{1}{4}\right)^2 \times (2 \times 3 + 1 \times 4) = \frac{10}{16} = \frac{\boxed{5}}{\boxed{8}} \left(\frac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}} \right)$$

(3) 3回の試行における根元事象の確率は $\left(\frac{1}{4}\right)^3$ である。

2回の試行で到達し得る点は, (2) で考えて点のほかに 2 点

$$(0, 0) : 2 \text{ 回の移動経路は } 4 \text{ 通り}$$

$$(2, 0) : 2 \text{ 回の移動経路は } 2 \text{ 通り}$$

がある。以上の各点に対して, T の点に移動する方向は

$$(0, 2), (-2, 0), (0, -2), (2, 2), (2, -2) \quad \dots\dots 2 \text{ 通り}$$

$$(-2, 2), (-2, -2) \quad \dots\dots 1 \text{ 通り}$$

$$(0, 0), (2, 0) \quad \dots\dots 4 \text{ 通り}$$

であるから, 3回の試行後 T 内にある確率は

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{4}\right)^3 \times \{(2 \times 2) \times 3 + (1 \times 2) \times 2 + (1 \times 1) \times 2 + (4 \times 4) + (2 \times 4)\} \\ &= \frac{12 + 4 + 2 + 16 + 8}{4^3} = \frac{42}{64} = \frac{\boxed{21}}{\boxed{32}} \left(\frac{\boxed{オカ}}{\boxed{キク}} \right) \end{aligned}$$

(4) 2回の試行で到達し得る原点以外の 8 点について場合分けして, 4回の試行ではじめて原点に戻る確率は

$$\left(\frac{1}{4}\right)^4 \times (2^2 \times 4 + 1^2 \times 4) = \frac{20}{4^4} = \frac{\boxed{5}}{\boxed{64}} \left(\frac{\boxed{ケ}}{\boxed{コサ}} \right)$$

- (5) 4回で T の外部にあるのは、2回めに T の周上、3回めに T の外部にあるときであり、(3)の考察も参考にして、4回の試行後に T の外部にある確率は

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{4}\right)^3 \times \{(2 \times 2) \times 3 + (1 \times 2) \times 2 + (1 \times 3) \times 2\} \\ &= \frac{12 + 4 + 6}{4^3} = \frac{\boxed{11}}{\boxed{32}} \left(\begin{array}{l} \text{シス} \\ \text{セソ} \end{array} \right) \end{aligned}$$

- (6) 2回の試行で到達し得る9点から、2回の移動で x 軸上の点に移るのは

$$\begin{array}{ll} (0, 2), (-2, 0), (0, -2) & \dots\dots 4 \text{通り} \\ (2, 2), (2, -2) & \dots\dots 4 \text{通り} \\ (-2, 2), (-2, -2) & \dots\dots 2 \text{通り} \\ (0, 0), (2, 0) & \dots\dots 8 \text{通り} \end{array}$$

であるから、4回の試行後に x 軸上にある確率は

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{4}\right)^4 \times \{(2 \times 4) \times 3 + (1 \times 4) \times 2 + (1 \times 2) \times 2 + 4 \times 8 + 2 \times 8\} \\ &= \frac{24 + 8 + 4 + 32 + 16}{4^4} = \frac{84}{4^3} = \frac{\boxed{21}}{\boxed{64}} \left(\begin{array}{l} \text{タチ} \\ \text{ツテ} \end{array} \right) \end{aligned}$$