

- 1 正の整数 n に対し、 n の正の約数の個数を $d(n)$ とする。たとえば、 6 の正の約数は $1, 2, 3, 6$ の 4 個なので、 $d(6) = 4$ である。また、

$$f(n) = \frac{d(n)}{\sqrt{n}}$$

とする。

- (1) $f(2025)$ を求めよ。
- (2) 素数 p と正の整数 k の組で $f(p^k) \leq f(p^{k+1})$ を満たすものを求めよ。
- (3) $f(n)$ の最大値と、そのときの n を求めよ。

- 2 座標平面上に原点を中心とする半径 3 の円 C_1 がある。また、直線 $x = 2$ 上の点 P を中心とする半径 1 の円を C_2 とする。

- (1) C_1 と C_2 が共有点を 2 つ持つような P の y 座標の範囲を求めよ。
- (2) C_1 と C_2 が共有点を 2 つ持つとき、その 2 つの共有点を通る直線を ℓ とする。 ℓ に関して P と対称な位置にある点を Q とする。ただし、 P が ℓ 上にあるときは $Q = P$ とする。 P の y 座標が (1) で求めた範囲を動くとき、点 Q の軌跡を求め、図示せよ。

- 3 等式

$$6 \int_0^2 |x^2 - a| dx = a^2 - 2a + k$$

が成り立つ実数 a がちょうど 4 つ存在するような実数 k の範囲を求めよ。

4

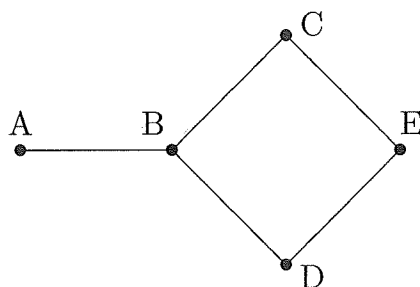
原点を O とする座標空間内の 2 点 $A(0, 3, -5)$, $B(5, -2, 10)$ に対して

$$\overrightarrow{OP} = s \left\{ (1-t) \overrightarrow{OA} + t \overrightarrow{OB} \right\}, \quad s \geq 0, \quad \frac{1}{5} \leq t \leq \frac{3}{5}$$

で定まる点 P が存在する範囲を D とする。 D に含まれる半径 $10\sqrt{2}$ の円のうち、その中心と原点との距離が最小となるものを C とする。円 C の中心の座標を求めよ。

5

5 点 A, B, C, D, E が下図のように線分でむすばれている。点 $P_1, P_2, P_3, \dots$ を次のように定めていく。 P_1 を A とする。正の整数 n に対して、 P_n を端点とする線分をひとつ無作為にえらび、その線分の P_n とは異なる端点を P_{n+1} とする。



- (1) P_n が A または B である確率 p_n を求めよ。
- (2) P_n が A または B であるとき、 $k = 1, 2, \dots, n$ のいずれに対しても $P_k = E$ とはならない条件付き確率 q_n を求めよ。