

**1**

この問題については，解答用紙の所定の欄に答えだけを書くこと。

(1) 等式

$$2\log_3(x-5) - \log_3(x-3) = 2$$

を満たす実数  $x$  を求めよ。

(2) 定積分

$$\int_{-1}^2 |x^3 - 3x| dx$$

を求めよ。

(30 点)

2 赤玉 6 個と白玉 4 個の合計 10 個の玉を無作為に左から右に一列に並べ、左から数えて、1 番目から 5 番目までの 5 個の玉を大きい袋、6 番目から 8 番目までの 3 個の玉を中くらいの大きさの袋、残った 2 個の玉を小さい袋に入れる。

- (1) 小さい袋に白玉が入っていない確率を求めよ。
- (2) どの袋にも赤玉と白玉の両方が入っている確率を求めよ。

この問題については、答えだけではなく、答えを導く過程も書くこと。

(30 点)

**3**数列  $\{a_n\}$  を条件

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = 2a_n + n^2 \quad (n = 1, 2, \dots)$$

によって定める。

(1)  $f(x) = px^2 + qx + r$  とするとき

$$a_{n+1} + f(n+1) = 2(a_n + f(n)) \quad (n = 1, 2, \dots)$$

が成り立つような実数  $p, q, r$  を求めよ。(2) 一般項  $a_n$  を求めよ。

この問題については、解答用紙の所定の欄に答えだけを書くこと。

(30 点)

4  $t$  を実数として、放物線  $C: y = x^2$  上の 3 点  $A(-1, 1)$ ,  $B(2, 4)$ ,  $P(t, t^2)$  を考える。

- (1)  $t$  が  $-1 < t < 2$  の範囲を動くとき、三角形  $ABP$  の面積  $S$  の最大値と、最大値を与える  $t$  の値を求めよ。
- (2) 直線  $AB$  に関して  $P$  と対称な点を  $Q$  とする。 $Q$  が  $C$  上にあるような  $t$  の値を求めよ。ただし、 $-1 < t < 2$  とする。

この問題については、答えだけではなく、答えを導く過程も書くこと。

(30 点)