

1

この問題については，解答用紙の所定の欄に答えだけを書くこと。

- (1) a, b を正の実数とするとき，極限

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin(\sqrt{a^2 x^2 + b} - ax)$$

を求めよ。

- (2) 複素数

$$z = 1 + \sqrt{3}i, \quad w = \frac{1}{-1 + i}$$

に対して， $z^8 w^7$ の絶対値 r と偏角 θ ($0 \leq \theta < 2\pi$) を求めよ。

ただし， i は虚数単位である。

(40 点)

2

自然数 n に対して、 $3n^3 + n$ と $n^3 + 1$ の最大公約数を g とする。

(1) すべての n について、 $g \neq 5$ であることを示せ。

(2) $g = 14$ となるような n の最小値を求めよ。

この問題については、答えだけではなく、答えを導く過程も書くこと。

(30 点)

3 この問題については、解答用紙の所定の欄に答えだけを書くこと。

また、答えが分数になる場合は、既約分数で答えよ。

- (1) さいころを3回投げて、出た目を順に a, b, c とする。 a, b, c がすべて異なっているという条件の下で、 $a + b + c = 9$ である確率を求めよ。
- (2) x が実数全体を動くとき、関数 $\cos 3x + 4 \cos 2x - 8 \cos x$ の最大値と最小値を求めよ。

(40点)

4

関数 $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$ について、次の問に答えよ。

- (1) $f(x)$ の極大値と極小値をすべて求めよ。
- (2) a を実数とする。連立不等式

$$0 \leq x \leq \sqrt{3}, \quad 0 \leq y \leq |f(x) - a|$$

で定まる領域を x 軸の回りに 1 回転してできる立体の体積 V を求めよ。

- (3) a が実数全体を動くとき、 V の最小値と、最小値を与える a の値を求めよ。

この問題については、答えだけでなく、答えを導く過程も書くこと。

(40 点)