

問1 次の各問に答えよ。答のみ解答欄に記入せよ。

(1) 半径1の円に外接する正六角形の面積を求めよ。

(2) $x \geq 1$, $y > 1$, $xy = 4$ のとき, $z = (\log_2 x)^2 (\log_2 2y)$ のとりうる値の範囲を求めよ。

(3) 100人のテストの得点のデータを見ると, 25人が0点, 75人が100点であった。このデータの平均値と標準偏差を求めよ。

問2 a, b ($a > b > 0$) を定数とし, x - y 平面上に2点 $A(0, a)$, $B(b, 0)$ をとる。そして, 点 P は線分 AB を1辺とする正方形の周および内部の点とする。原点 $O(0, 0)$ がこの正方形の外部の点であるとき, 次の各問に答えよ。答のみ解答欄に記入せよ。

(1) この正方形の A, B 以外の2頂点の座標をそれぞれ a, b の式で表せ。

(2) 線分 OP の長さの最大値を a, b の式で表せ。

(3) 線分 OP の長さの最小値を a, b の式で表せ。

問3 A社はチョコレートを販売している。販売個数 y 個 (y は1以上の整数) は、販売価格 p 円 (1個当たりの値段) に対して以下で定められる。

$$y = 10 - p$$

このとき次の各問に答えよ。ただし、(1) については答のみ解答欄に記入せよ。

(1) A社の売上が最大となる販売価格 p の値、および、そのときの販売個数 y の値を求めよ。ただし、売上とは販売価格と販売個数の積とする。

(2) y 個のチョコレートの販売にかかる総費用 $c(y)$ は、

$$c(y) = y^2$$

で表される。このとき、A社の利益 (売上から総費用を引いた差) が最大となる販売価格 p の値、および、そのときの販売個数 y の値を求めよ。

(3) (2) において、総費用 $c(y)$ が変化し、

$$c(y) = y^2 + 20y - 20$$

となったとき、A社の利益が最大となる販売価格 p の値、および、そのときの販売個数 y の値を求めよ。

問4 実数 a, b に対して、2次方程式 $x^2 - ax - b = 0$ の解を α, β とする。このとき次の各問に答えよ。答のみ解答欄に記入せよ。ただし、複素数 z に対して、 $|z| = \sqrt{z\bar{z}}$ (\bar{z} は z と共役な複素数) である。

(1) α, β が実数で、 $|\alpha| < 1$ かつ $|\beta| < 1$ のとき、 a, b が満たす不等式の表す領域を a - b 平面上に図示せよ。

(2) α が虚数のとき、 $|\alpha|$ を求めよ。

(3) α, β が虚数で、 $|\alpha| < 1$ かつ $|\beta| < 1$ のとき、 a, b が満たす不等式の表す領域を a - b 平面上に図示せよ。

問5 ある競技の大会に A, B, C, D の 4 チームが参加し, 2 チームずつが試合をする。このうちチーム A は, 他のチームに対して確率 p ($0 < p < 1$) で勝つ。その他の 3 チーム B, C, D の強さはすべて同じであり, 勝つ確率は $\frac{1}{2}$ である。試合に引き分けはないものとする。

この 4 チームが総当たりのリーグ戦を行う。すなわち, すべてのチームが 3 試合を行い, 総勝利数が最も多いチームを優勝とする。総勝利数が最も多いチームが複数ある場合には, そのすべてのチームを優勝とする。このとき次の各問に答えよ。ただし, (1) については答のみ解答欄に記入せよ。

- (1) チーム A が全勝して優勝する確率を求めよ。
- (2) チーム A が 2 勝 1 敗で優勝する確率を求めよ。
- (3) チーム A が 1 勝 2 敗で優勝する確率を求めよ。
- (4) チーム A が優勝する確率の高い競技方式は, 総当たりのリーグ戦と勝ち残りのトーナメント戦のどちらか。まず結論を示し, 次にその理由を述べよ。ただし, 勝ち残りのトーナメント戦とは, 2 試合の準決勝を行い, それぞれで勝った 2 チームが決勝で戦い優勝を決める競技方式を指す。

〔以 下 余 白〕