

数チャレ 第3回(2001年4月)

不定方程式 $2001x + 13y = 1$ の整数解を求めよ。

解答

解を一組見つけるためにユークリッドの互除法を用いて、

$$2001 = 13 \times 153 + 12$$

$$13 = 12 \times 1 + 1$$

文字式の感覚で“12”を消去すると

$$2001 = 13 \times 153 + (13 - 1)$$

$$\therefore 2001 \times (-1) + 13 \times 154 = 1$$

与方程式と辺々差をとって

$$2001(x + 1) + 13(y - 154) = 0$$

$$\therefore 2001(x + 1) = 13(154 - y)$$

よって、 $2001(x + 1)$ は 13 の倍数であるが、2001 と 13 は互いに素であるから、

$$x + 1 = 13n \quad (n \text{ は整数})$$

と表される。このとき、

$$154 - y = 2001n$$

であり、以上をまとめると

$$x = 13n - 1, \quad y = -2001n + 154 \quad (n \text{ は整数}) \quad (\text{答})$$

(注) 上の解答例では特殊解を $(x, y) = (-1, 154)$ にとっているが、特殊解の取り方を変えると答の表示をいくらでも変えることができる。今回は新学期ということでやさしい問題にしたが、物足りなかったであろうか。