

## 数チャレ 第63回(2006年4月)

二組の3整数の組合せ  $\{1, 10, 11\}$  と  $\{2, 7, 13\}$  に対して,

$$1 + 10 + 11 = 2 + 7 + 13$$

$$1^2 + 10^2 + 11^2 = 2^2 + 7^2 + 13^2$$

が成り立つ。このように, 和も平方の和も等しくなる二組の3整数の組合せがたくさんある。

次の各問に答えよ。

- (1) 1から7までの7個の整数の中の相異なる6個の整数を用いて, 和も平方の和も等しくなるような二組の3整数の組合せを1つ見つけよ。
- (2) どのような連続する7個の整数についても, その中の相異なる6個の整数を用いて, 和も平方の和も等しくなるような二組の3整数の組合せを作ることができることを示せ。

出典: 2006年 宮崎大学

### 解答

- (1)  $1 + 5 + 6 = 2 + 3 + 7 = 12$ ,  $1^2 + 5^2 + 6^2 = 2^2 + 3^2 + 7^2 = 62$  より  
 $\{1, 5, 6\}$  と  $\{2, 3, 7\}$  (答)

- (2) 任意の連続する7整数を

$$n-3, n-2, n-1, n, n+1, n+2, n+3$$

とすれば,

$$(n-3) + (n+1) + (n+2) = (n-2) + (n-1) + (n+3) = 3n$$

$$(n-3)^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 = (n-2)^2 + (n-1)^2 + (n+3)^2 \\ = 3n^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2$$

となるから, 任意の連続する7整数の中の6整数を用いて和も平方の和も等しい二組の3整数の組合せを作ることができる。 (おわり)