

## 数チャレ 第135回 (2012年4月)

次の2つの条件 (i), (ii) をみたす自然数  $n$  について考える .

- (i)  $n$  は素数ではない .  
(ii)  $l, m$  を 1 でも  $n$  でもない  $n$  の正の約数とすると , 必ず

$$|l - m| \leq 2$$

である .

このとき , 以下の問いに答えよ .

- (1)  $n$  が偶数のとき , (i), (ii) をみたす  $n$  をすべて求めよ .  
(2)  $n$  が 7 の倍数のとき , (i), (ii) をみたす  $n$  をすべて求めよ .  
(3)  $2 \leq n \leq 1000$  の範囲で , (i), (ii) をみたす  $n$  をすべて求めよ .

出典 : 2012 年 大阪大学

### 解答

- (1)  $n$  が偶数のとき , (i) より  $n \geq 4$  であり ,

4 の正の約数は 1, 2, 4

6 の正の約数は 1, 2, 3, 6

8 の正の約数は 1, 2, 4, 8

以上は条件(ii)を満たす。

$n \geq 10$  のとき ,

$$n = 2m \quad (m \geq 5)$$

とおくと , 2,  $m$  はともに 1 でも  $n$  でもない正の約数であるが ,

$$m - 2 \geq 3$$

であるから条件(ii)を満たさない。

$n$  が偶数のとき , (i), (ii) を満たすのは

$$n = 4, 6, 8 \quad (\text{答})$$

である。

- (2) (1) より ,  $n$  が 7 の倍数のとき (i), (ii) を満たすのは  $n$  が奇数のときに限られる。

7 の倍数  $n$  が 5, 7 以外の素因数  $p$  をもつときは ,

$$1 < 7 < 7p, \quad 1 < p < 7p, \quad |p - 7| > 2$$

であるから , 条件(ii)を満たさない。条件(ii)を考えると , 5 と 7 以外の正の約数は 1 と  $n$  に限られるから , 求める 7 の倍数は

$$n = 35, 49 \quad (\text{答})$$

- (3) (2) の考察より , (i), (ii) を満たす正の奇数  $n$  は

素数の平方 , 双子素数の積

に限られるから ,  $2 \leq n \leq 1000$  の範囲では

$$9(=3^2), 25(=5^2), 49(=7^2), 121(=11^2), 169(=13^2), 289(=17^2), \\ 361(=19^2), 529(=23^2), 841(=29^2), 961(=31^2), 15(=3 \times 5), \\ 35(=5 \times 7), 143(=11 \times 13), 323(=17 \times 19), 899(=29 \times 31)$$

(1)で求めた  $n$  とあわせて, 求める整数は

$$n = 4, 6, 8, 9, 15, 25, 35, 49, 121, 143, \\ 169, 289, 323, 361, 529, 841, 899, 961$$

(答)