

数チャレ 第144回(2013年1月)

M先生の年齢は平方数であり、1年前は年男(12の倍数の年齢)であった。M先生の現在の年齢を求めよ。また、M先生の年齢が同じ条件を次に満たすのは何歳のときであるか。

解答

M先生の現在の年齢は12で割ると1余る平方数であるから、特に(正の)奇数の平方であり、

$$(2n-1)^2 = 4n(n-1) + 1 \quad (n \text{ は自然数}) \quad \dots\dots (*)$$

と表される。ここで、 $4n(n-1)$ は12で割り切れるから、

$n(n-1)$ は3で割り切れる。3は素数であるから、 n または $n-1$ は3で割り切れ、

n は3の倍数または3で割ると1余る自然数である。このことを満たす自然数は

$$1, 3, 4, 6, 7, 9, 10, \dots\dots$$

(*)に代入すると

$$1, 25, 49, 121, 169, \dots\dots$$

一般に、教員の年齢は22以上80以下の範囲である(80歳を過ぎて教員をしている人がいたとしても121歳はあり得ない)から、

$$M \text{ 先生の現在の年齢は } 25 \text{ または } 49 \quad (\text{答})$$

次に同じ条件を満たすのは、

$$\text{現在 } 25 \text{ 歳なら次は } 49 \text{ 歳, 現在 } 49 \text{ 歳なら次は } 121 \text{ 歳} \quad (\text{答})$$

(注) 数学的には、 $(6m \pm 1)^2$ (m は整数)と表される数が答である。

ちなみに、出題者は25歳で講師を始め、現在49歳。