

数チャレ 第228回(2020年1月)

2^{2020} を10進表示するときの下2桁を求めよ。

解答

$$100 = 25 \times 4$$

を考えて、25で割った余りと4で割った余りを調べる。

$$2^{10} = 1024 \equiv -1 \pmod{25} \text{ より}$$

$$2^{20} \equiv 1 \pmod{25}$$

$$2020 = 20 \times 101 \text{ より}$$

$$2^{2020} = (2^{20})^{101} \equiv 1 \pmod{25}$$

$$4 \mid 2^{20}, \gcd(4, 25) = 1 \text{ より, } 100 \text{ を法として}$$

$$2^{2020} \equiv 2^{20} \equiv (2^{10})^2 \equiv 1024^2 \equiv 24^2 \equiv 576 \equiv 76 \pmod{100}$$

が成り立つから、

$$2^{2020} \text{ の下2桁は } 76 \quad (\text{答})$$

(注) $2^{20} \equiv 1 \pmod{25}$ ではあるが、 $2^{20} - 1$ は奇数であるから

$$2^{2020} \not\equiv 1 \pmod{100}$$

正の整数を求めるのに負の範囲で考えることに抵抗がなければ、 $1 - 25 = -24$ は4で割り切れるので、

$$2^{2020} \equiv -24 \equiv 100 - 24 \equiv 76 \pmod{100}$$

としてもよい。