

数チャレ 第295回(2025年8月)

n 番目の素数を p_n で表す。すなわち, $p_1 = 2, p_2 = 3, p_3 = 5, \dots$ である。

- (1) k を自然数として, $p_1 p_2 \cdots p_n = P$ とする。任意の自然数 m に対して

$$\frac{1}{1+mP} \leq \left(\sum_{n=k+1}^{k+r} \frac{1}{p_n} \right)^j$$

を満たす自然数 r, j が存在することを示せ。

- (2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{p_n}$ は発散することを示せ。