

# 数チャレ 第302回 (2026年3月)

正の整数を2個以上の連続して増加する正の奇数の和  $\sum_{k=n}^m (2k-1)$  ( $n$ は正の整数,  $m$ は  $n$ より大きい整数)として表す方法を考える. 例えば,  $15 = 3 + 5 + 7$ のように1通りの方法でのみ表すことができるものもあれば,  $16 = 1 + 3 + 5 + 7 = 7 + 9$ のように複数の方法(16は全部で2通りの方法)で表すことができるものもある. 一方で, 10のように2個以上の連続して増加する正の奇数の和として表すことができないものもある.

- (1) 512を2個以上の連続して増加する正の奇数の和として表す方法は全部で  $\boxed{(37)}\boxed{(38)}$  通りである. これらの方法の中で, 最も小さな正の奇数を含む方法は,  $\boxed{(39)}\boxed{(40)}\boxed{(41)}$  個の連続して増加する正の奇数の和として表され, その最も小さな正の奇数は  $\boxed{(42)}\boxed{(43)}\boxed{(44)}$  である.
- (2) 100以下の正の整数の中で, 2個以上の連続して増加する正の奇数の和として表すことができないものは  $\boxed{(45)}\boxed{(46)}\boxed{(47)}$  個あり, その中で, 最も大きな整数は  $\boxed{(48)}\boxed{(49)}\boxed{(50)}$  である. また, 100以下の正の整数の中で, 2個以上の連続して増加する正の奇数の和として表す方法が最も多い整数は  $\boxed{(51)}\boxed{(52)}\boxed{(53)}$  であり, その方法は全部で  $\boxed{(54)}\boxed{(55)}$  通りである.

出典: 2026年 慶応義塾大学 総合政策学部

## 解答

(1)  $m > n$ として

$$\begin{aligned} \sum_{k=n}^m (2k-1) &= \frac{m-n+1}{2}(2n-1+2m-1) \\ &= (m-n+1)(m+n-1) \end{aligned}$$

ここで,

$$(m+n-1) - (m-n+1) = 2(n-1)$$

は0以上の偶数であることに注意して,

$$(m+n-1)(m-n+1) = 512 = 2^9$$

のとき

$$(m+n-1, m-n+1) = (256, 2), (128, 4), (64, 8), (32, 16)$$

$$\therefore (m, n) = (129, 128), (66, 63), (36, 29), (24, 9)$$

よって, 512を2個以上連続する正の奇数の和として表す方法は  $\boxed{04}$  通りある.  
(37)(38)

このうち、最も小さな奇数  $2 \times 9 - 1 = \boxed{017}$  を含む方法は、  
(42)(43)(44)

$$24 + 9 - 1 = \boxed{016} \text{ 個}$$

(39)(40)(41)

の連続する正の奇数の和である。

(2) 100 以下の隣り合う 2 個の正の奇数の和は

$$1 + 3 = 4, 3 + 5 = 8, 5 + 7 = 12, 16, 20, 24, \dots, 100 \text{ (25 個)}$$

100 以下の連続する 3 個の正の奇数の和は

$$1 + 3 + 5 = 9, 15, 21, 27, \dots, 45, \dots, 63, \dots, 75, 81, \dots, 99 \text{ (16 個)}$$

100 以下の連続する 4 個の正の奇数の和は 8 の倍数であり、隣り合う 2 個の正の奇数の和としてカウント済みである。

100 以下の連続する 5 個の正の奇数の和は

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25, 35, 45, 55, 65, 75, 85, 95 \text{ (8 個)}$$

であるが、このうち 45, 75 は 3 連続和でもある。

100 以下の連続する 6 個の正の奇数の和は

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = 36, 48, 60, 72, 84, 96$$

であるが、いずれも隣り合う 2 個の正の奇数の和としてカウント済みである。

100 以下の連続する 7 個の正の奇数の和は

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 = 49,$$

$$3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 = 63,$$

$$5 + 7 + \dots + 15 + 17 = 77,$$

$$7 + 9 + \dots + 17 + 19 = 91$$

であり、このうち  $63 = 19 + 21 + 23$  だけはカウント済みである。

100 以下の連続する 8 個の正の奇数の和は

$$1 + 3 + \dots + 13 + 15 = 64, 80, 96$$

だけであるが、いずれも 2 連続和もしくは 4 連続和としてカウント済みである。

100 以下の連続する 9 個の正の奇数の和は

$$1 + 3 + \dots + 15 + 17 = 81, 3 + 5 + \dots + 17 + 19 = 99$$

だけであるが、いずれも 3 連続和としてカウント済みである。

100 以下の連続する 9 個の正の奇数の和は

$$1 + 3 + 5 + \dots + 15 + 17 + 19 = 100$$

だけであるが、既にカウント済みである。

100 以下の正の整数の中で、2 個以上の連続する正の奇数の和で表されるのは

$$25 + 16 + (8 - 2) + (4 - 1) = 50 \text{ 個}$$

あるから、連続する正の奇数の和で表せないものは

$$100 - 50 = \boxed{050} \text{ 個}$$

(45)(46)(47)

ある。また、以上の考察より、2 個以上の連続する正の奇数の和で表せない 100 以下の最大整数は  $\boxed{098}$  である。

(48)(49)(50)

100 以下の 4 で割れない正の整数に限定すると，連続する正の奇数の和として複数の表し方があるのは 45, 63, 75, 81 だけであり，いずれも 2 通りであるから，表現が最も多い整数を探すには 4 の倍数だけ調べればよい。もし，2 連続和，4 連続和，6 連続和，8 連続和のいずれでも表すことができれば，その整数が表現最多ということになるが，実際  $\boxed{096}$  はその  $\boxed{04}$  通りの表し方がある。

$(51)(52)(53)$

$(54)(55)$