

《解答上の注意》

1. 解答が分数の場合は、既約分数で解答しなさい。
2. 解答が根号を含む場合は、根号中はできる限り簡単な形にしなさい。また、解答が根号を含む分数の場合は、分母を有理化しなさい。
3. 複数の解答が考えられる場合は、解答用紙の所定の欄にすべて記入しなさい。

〔Ⅰ〕 以下の間の ～ にあてはまる適切な数、座標または式を、解答用紙の所定の欄にすべて記入しなさい。

(1) a は、 $-1 < a < \frac{1}{3}$ を満たす実数とする。

$\frac{3+i}{\sqrt{a^2+2a+1} + \sqrt{9a^2-6a+1}i}$ が実数であるとき、 a の値は である。

ただし、 i は虚数単位とする。

(2) a は自然数とする。 a が 2 つの不等式

$$\begin{cases} \sqrt[3]{3} < \sqrt[6]{a} \\ \sqrt[6]{(a^3)^4 \times a^2 \div a^5} < 24\sqrt{3} \end{cases}$$

を満たすとき、 a の値は である。

(3) 数列 $\{a_n\}$ は、初項が 2、公差が 1 の等差数列である。数列 $\{b_n\}$ を $b_1 = 1$ 、

$b_{n+1} = a_n + b_n$ と定めるとき、 $\sum_{k=1}^n \frac{1}{b_k}$ を求めると である。

(4) 自然数 x, y, z は方程式

$$15x + 14y + 24z = 266$$

を満たす。

(i) $k = 5x + 8z$ としたとき、 y を k の式で表すと $y =$ である。

(ii) x, y, z の組は $(x, y, z) =$ である。

(5) O を原点とする xy 平面上に 2 つの直線 $l_1: y = -3x + 10$ と $l_2: y = 7x$ がある。

点 A は 2 直線 l_1, l_2 の交点である。点 B は、2 つのベクトル \overrightarrow{OA} と \overrightarrow{OB} のなす角が 45° となる直線 l_1 上の点である。

(i) 点 B の座標は である。

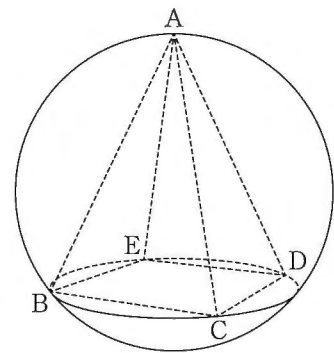
(ii) 実数 s, t に対して、点 P を $\overrightarrow{OP} = s\overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{OB}$ で定める。 s, t が 3 つの不等式 $s \geq 0, t \geq 0, 10s + 6t \leq 3$ を満たすとき、点 P の存在する領域の面積は である。

(6) 関数 $y = 3\sqrt{3}\sin^2\theta + 2\sqrt{3}\cos^2\theta + \sin\theta\cos\theta$ がある。 θ が $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ を満たすとき、

(i) この関数を $y = a\sin 2\theta + b\cos 2\theta + c$ で表すと、 $a =$, $b =$,
 $c =$ となる。ただし、 a, b, c は三角関数を含まない実数とする。

(ii) この関数の最大値は であり、そのとき $\theta =$ である。また、最小値は であり、そのとき $\theta =$ である。

(7) 正四角錐 $ABCDE$ のすべての頂点は半径 3 の球面上にある。この正四角錐の体積 V の最大値は である。



《〔Ⅱ〕〔Ⅲ〕は、13ページ以降にあります》

〔Ⅲ〕 以下の間の ～ にあてはまる適切な数または式を、解答用紙の所定の欄に記入しなさい。

xy 平面上に直線 $l: y = k$ と、 x の関数 $f(x) = |x(x - 2)| + |x(x - a)|$ のグラフ $y = f(x)$ がある。 a と k は実数であり、 a は不等式 $a > 2$ を満たす。

(1) $a = 4$ とする。直線 l と $y = f(x)$ のグラフが異なる 4 点で交わる時、 k の値の範囲は である。

(2) $k = f(a)$ とする。直線 l と $y = f(x)$ のグラフが異なる 2 点で交わる時、 a の値の範囲は である。

(3) a の値が を満たす最小の整数であるとき、 $y = f(a)$ と $y = f(x)$ とで囲まれた部分の面積は である。