

[I] 以下の問の (1) ~ (31) にあてはまる適切な数字またはマイナス符号(-)をマークしなさい。

(1) x と y は方程式

$$\log_2 7 + \log_{\frac{1}{2}}(y + 5) = 2 - \log_2(x + 2)$$

を満たす。

(i) $y = 3$ のとき, $x = \frac{\boxed{(1)(2)}}{\boxed{(3)}}$ である。

(ii) x と y が整数で, 不等式 $1000 < 2^{y-x} < 5000$ を満たすとき, $x = \boxed{(4)(5)}$,
 $y = \boxed{(6)(7)}$ である。

(2) xy 平面上に円 $O: x^2 + y^2 = 9$ と円 $C: (x - 5\sqrt{2})^2 + y^2 = 4$, 点 (a, a) を中心とする円 P がある。円 O は円 P に内接し, 円 C は円 P に外接する。また, 円 O と円 C の共通接線のうち, 2つの接点の y 座標がいずれも負となるものを接線 l とする。ただし, a は $a > 0$ とする。このとき,

(i) $a = \frac{\boxed{(8)}\sqrt{\boxed{(9)}}}{\boxed{(10)}}$ である。

(ii) 接線 l の方程式は $y = \frac{\boxed{(11)}}{\boxed{(12)}}x - \frac{\boxed{(13)(14)}\sqrt{\boxed{(15)}}}{\boxed{(16)}}$ であり, 接線 l が円 P に

よって切り取られる線分の長さは $\boxed{(17)}$ である。

(3) 自然数の列

$$1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, \dots$$

から 3 の倍数と 5 の倍数を除いて得られる数列を $\{a_n\}$ とおく。ただし, n は自然数とする。このとき,

(i) $a_5 = \boxed{(18)}$, $a_{10} = \boxed{(19)(20)}$, $a_{k+8} = a_k + \boxed{(21)(22)}$ である。

(ii) $\sum_{n=1}^m a_n > 2000$ を満たす最小の m の値は $\boxed{(23)(24)}$ である。

(4) 2次方程式 $x^2 + ax + b = 0$ は2つの実数解 $-k, -k+4$ をもち、2次方程式 $x^2 + bx + a = 0$ は少なくとも1つの正の実数解をもつ。ただし、 k は自然数とする。このとき、

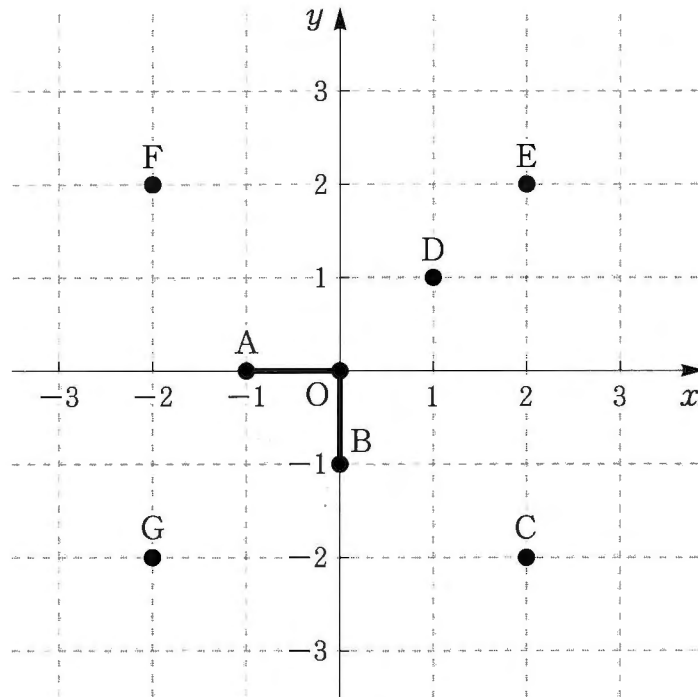
(i) a, b を k の式で表すと、 $a = \boxed{(25)}k - \boxed{(26)}$ 、 $b = k^2 - \boxed{(27)}k$ である。

(ii) $a + b$ の値が最大のとき $b = \boxed{(28)(29)}$ であり、 $a + b$ の値が最小のとき $b = \boxed{(30)(31)}$ である。

《 〔Ⅱ〕〔Ⅲ〕〔Ⅳ〕は、13ページ以降にあります 》

〔Ⅱ〕 以下の間の (32) ~ (40) にあてはまる適切な数字またはマイナス符号(-)をマークしなさい。

xy 平面上に 8 点 $O(0, 0)$, $A(-1, 0)$, $B(0, -1)$, $C(2, -2)$, $D(1, 1)$, $E(2, 2)$, $F(-2, 2)$, $G(-2, -2)$ がある。これら 8 点を頂点とし, AO , OB を 2 辺とする八角形を作る。このとき,



(1) BD を 1 辺とする八角形は全部で (32) 個できる。

(2) 合同である図形同士は 1 種類とするとき, 八角形は全部で (33) 種類できる。

(3) 全ての八角形の中で, 周の長さが最小となる八角形の周の長さは

$$\sqrt{(34)} + (35)\sqrt{(36)} + \sqrt{(37)(38)} + (39)(40) \text{ である。}$$

〔Ⅲ〕 以下の問の (41) ～ (49) にあてはまる適切な数字またはマイナス符号(-)をマークしなさい。

xyz 空間に 4 点 $O(0, 0, 0)$, $A(10, 0, 0)$, $B(0, 10, 0)$, $C(0, 0, 10)$ を頂点とする四面体 $OABC$ がある。点 P は辺 OA の中点, 点 Q は辺 AB 上の点, 点 S は三角形 OBC の重心, 点 R は線分 AS と平面 CPQ の交点とする。三角形 APQ の面積は $\frac{75}{4}$ である。このとき,

(1) \overrightarrow{CS} を \overrightarrow{CB} , \overrightarrow{CO} で表すと, $\overrightarrow{CS} = \frac{(41)}{(42)} \overrightarrow{CB} + \frac{(43)}{(44)} \overrightarrow{CO}$ である。

(2) 点 Q は辺 AB を (45) : (46) に内分する点である。

(3) $\overrightarrow{AR} = \frac{(47)}{(48)(49)} \overrightarrow{AS}$ である。

[IV] 以下の問の (50) ~ (73) にあてはまる適切な数字またはマイナス符号(-)をマークしなさい。

xy 平面上に x の関数 $f(x) = x|x - a| - x$ のグラフ $y = f(x)$ がある。

$S(a)$ は、 $y = f(x)$ と x 軸で囲まれた図形のうち、 $0 \leq x \leq 1$ を満たす部分の総面積とする。
ただし、 a は $a \geq 0$ とする。

(1) $0 \leq x \leq a + 1$ における $f(x)$ の最小値は、 $a = \frac{1}{2}$ のとき $\frac{(50)(51)}{(52)(53)}$ であり、

$a = \frac{3}{2}$ のとき $\frac{(54)(55)}{(56)}$ である。

(2) a が $0 \leq a \leq 1$ を満たすとき、 $0 \leq x \leq a + 1$ における $f(x)$ の最小値を a の式で表すと

$$\frac{(57)(58)}{(59)} a^2 - \frac{(60)}{(61)} a - \frac{(62)}{(63)}$$

である。

(3) a が $0 \leq a \leq 1$ を満たすとき、 $S(a)$ を a の式で表すと

$$S(a) = \frac{(64)(65)}{(66)} a^3 + \frac{(67)}{(68)} a + \frac{(69)}{(70)}$$

である。

(4) a が $0 \leq a \leq 2$ を満たすとき、 $S(a)$ は $a = \frac{(71) + \sqrt{(72)}}{(73)}$ で最小となる。