

## 《解答上の注意》

1. 解答が分数の場合は、既約分数で解答しなさい。
2. 解答が根号を含む場合は、根号の中はできる限り簡単な形にしなさい。また、解答が根号を含む分数の場合は、分母を有理化しなさい。
3. 複数の解答が考えられる場合は、解答用紙の所定の欄にすべて記入しなさい。

〔 I 〕 以下の問の  ～  にあてはまる適切な数、式または成分表示を、解答用紙の所定の欄に記入しなさい。

(1) 座標空間に4点  $O(0, 0, 0)$ ,  $A(3, -2, -1)$ ,  $B(1, 1, 1)$ ,  $C(-1, 4, 2)$  がある。 $\overrightarrow{OA}$ ,  $\overrightarrow{BC}$  のどちらにも垂直で長さが  $3\sqrt{3}$  であるベクトルを成分で表すと、 である。

(2)  $(ax + b)^{20}$  の展開式において、 $x^k$  ( $0 \leq k \leq 20$ ) の係数を  $c_k$  とする。ただし、 $a$  と  $b$  は  $2b < a$  を満たす自然数であり、 $a^2$  と  $b^2$  の差は 225 である。このとき、

(i)  $a$  の値は ,  $b$  の値は  である。

(ii)  $2c_k = c_{k-1}$  であるとき、 $k$  の値は  である。

(3)  $a_4 = 102$ ,  $a_8 = 218$  である等差数列  $\{a_n\}$  がある。このとき、

(i) 初項の値は , 公差の値は  である。

(ii)  $\sum_{n=5}^{15} a_n$  の値は  である。

(4) 関数

$$y = -(\log_3 x)^3 + 6(\log_3 x)^2 - \log_3 x^9 + 3$$

がある。 $\frac{1}{3} \leq x \leq 27$  のとき、

(i)  $\log_3 x = t$  とおくと、 $t$  の値の範囲は  である。

(ii) 関数  $y$  の最大値は , 最小値は  である。

- (5)  $xy$  平面上に,  $x$  の 2 次関数

$$y = -x^2 + ax + 2a - 3$$

のグラフがある。このグラフが  $0 \leq x \leq 2$  において  $x$  軸と少なくとも 1 つの共有点を持つとき,  $a$  の値の範囲は  である。

- (6) 1 辺の長さが 3 である正四面体 ABCD がある。点 E は, 辺 BC を 2 : 1 に内分する点とする。このとき,

(i) 三角形 AED の面積の値は  である。

(ii) 三角形 AED の内接円の半径の長さは  である。

- (7)  $x$  の関数  $f(x)$  が, 等式

$$f(x) = 4x + \int_0^1 (t+x)f(t)dt$$

を満たすとき,  $f(x)$  の定数項の値は  である。

- (8) 正方形 ABCD の頂点 B と辺 CD 上の点 E を線分で結んだとき,  $\angle EBC = 18^\circ$ ,  $BE = 1$  である。この正方形 ABCD の面積の値は  である。

《 [Ⅱ][Ⅲ] は, 13ページ以降にあります 》

〔Ⅱ〕以下の問の  ～  にあてはまる適切な数を、解答用紙の所定の欄に分数で記入しなさい。

1000 人の集団があり、そのうち 5 人がウイルスに感染している。

この集団に対して検査方法 A を用いて、ウイルスに「感染している」か、「感染していない」かを判定する。検査方法 A では、ウイルスに感染していない人に対して「感染している」と判定をする確率が  $\frac{3}{1000}$  であり、ウイルスに感染している人に対して「感染していない」と判定をする確率が  $\frac{1}{1000}$  である。

- (1) ウイルス感染している人が、検査方法 A でウイルスに「感染している」と判定される確率は  である。
  
- (2) この 1000 人の集団から 1 人を検査方法 A で調べたとき、ウイルスに「感染している」と判定される確率は  である。
  
- (3) この 1000 人の集団から 1 人を検査方法 A で調べたとき、ウイルスに「感染している」と判定された。この人が実際には感染していない確率は  である。

[Ⅲ] 以下の問の  ～  にあてはまる適切な数または式を、解答用紙の所定の欄に記入しなさい。

$x$  の関数

$$\begin{cases} f(x) = ax^2 - bx \\ g(x) = -\frac{1}{a}x^2 + \frac{1}{b}x \end{cases} \quad (a, b \text{ は正数})$$

がある。 $a, b$  は  $f(x)$  と  $g(x)$  の極値の差が最小となり、かつ  $f(x)$  の  $x = -1$  から  $x = 1$  までの平均変化率が  $g(x)$  の  $x = 5$  における微分係数と等しくなるように定める。

(1)  $f(x)$  と  $g(x)$  の極値の差の最小値は  であり、このとき  $a$  を  $b$  の式で表すと  $a =$   である。

(2)  $b$  の値は  である。

(3)  $xy$  平面上に 2 つのグラフ  $y = f(x)$  と  $y = g(x)$  をおき、原点  $O(0, 0)$  と 2 点  $P(t, f(t))$ ,  $Q(4t, g(4t))$  を結んでできる三角形  $OPQ$  の面積を  $S(t)$  とする。ただし、 $0 < t < \frac{1}{2}$  とする。 $S(t)$  を  $t$  の式で表すと、

$$S(t) = \text{  }$$

であり、 $t$  の値が  のとき、 $S(t)$  は最大値  をとる。