

## 図チャレ 第19回(2003年4月)

円  $C$  の内部に定点  $F$  があり,  $F$  を通る直径の両端を  $A, B$  とする。さらに,  $F$  を通る任意の直線と円  $C$  の交点を  $P, Q$  とする。

- (1)  $\frac{AP}{PF} = \frac{QB}{BF}$  を示せ。  
 (2)  $\frac{AP \cdot AQ}{BP \cdot BQ}$  は  $P, Q$  の位置によらず一定であることを示せ。

### 解答

- (1) 円周角についての定理より

$$\angle APQ = \angle ABQ \quad (\text{弧 } AQ \text{ に対する円周角})$$

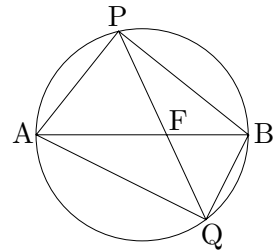
$$\angle PAB = \angle PQB \quad (\text{弧 } BP \text{ に対する円周角})$$

であるから,

$$\triangle APF \sim \triangle QBF$$

対応する辺の長さの比を考えて

$$\frac{AP}{PF} = \frac{QB}{BF}$$



(おわり)

- (2) (1)より

$$\frac{AP}{BQ} = \frac{PF}{BF} \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

(1)と同様にして  $\triangle FAQ \sim \triangle FPB$  が成り立つから,

$$\frac{AQ}{BP} = \frac{AF}{PF} \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

①かつ②より

$$\frac{AP \cdot AQ}{BP \cdot BQ} = \frac{AF}{BF} \quad (\text{一定}) \quad \text{(おわり)}$$