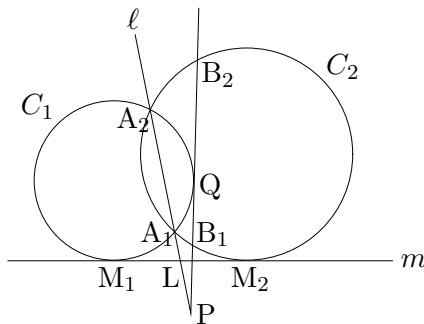


図チャレ 第24回 (2003年9月)

2円 C_1, C_2 は異なる2点で交わり, その2交点を通る直線を ℓ , 2円の共通接線の1つを m とする。

- (1) C_1, C_2 と m との接点をそれぞれ M_1, M_2 とするとき, ℓ と m の交点 L は M_1M_2 の中点であることを示せ。
- (2) 円 C_1 の外部にある ℓ 上の点 P から, 円 C_2 と2点で交わるように円 C_1 に接線をひき, その接点を Q とする。直線 PQ が円 C_2 から切り取られる線分の midpoint を M とするとき, $PQ < PM$ であることを示せ。

解答



- (1) C_1 と C_2 の2交点を A_1, A_2 とすると,

$$LM_1^2 = LA_1 \cdot LA_2 \quad (\text{Lに関する } C_1 \text{ の方べき})$$

$$LM_2^2 = LA_1 \cdot LA_2 \quad (\text{Lに関する } C_2 \text{ の方べき})$$

であるから,

$$LM_1 = LM_2$$

よって, ℓ と m の交点 L は M_1M_2 の中点である。

(おわり)

- (2) 直線 PQ と円 C_2 との交点を B_1, B_2 とすると, 方べきの定理より

$$PQ^2 = PA_1 \cdot PA_2 \quad (\text{Pに関する } C_1 \text{ の方べき})$$

$$= PB_1 \cdot PB_2 \quad (\text{Pに関する } C_2 \text{ の方べき})$$

$$= (PM - b)(PM + b) \quad \left(b = \frac{1}{2}B_1B_2\right)$$

$$= PM^2 - b^2$$

$$< PM^2$$

$$\therefore PQ < PM$$

(おわり)