

図チャレ 第25回 (2003年10月)

円に内接する四角形 ABCD があり，頂点 D から直線 BC, CA, AB におろした垂線の足をそれぞれ E, F, G とする。

- (1) $\angle ADG = \angle CDE$ であることを示せ。
- (2) 3点 E, F, G は同一直線上にあることを示せ。

解答

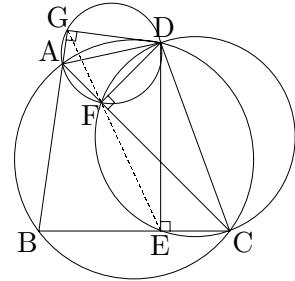
円に内接する四角形の性質より

$$\angle BAD + \angle BCD = 180^\circ$$

であるから，(必要ならば裏返した図形を考えて)

$$\angle BAD \geq 90^\circ, \angle BCD \leq 90^\circ$$

の場合で示せば十分である。



- (1) $\angle BAD + \angle BCD = 180^\circ$ より
 $\angle DAG = 180^\circ - \angle BAD = \angle BCD = \angle DCE$

であるから，

$$\triangle ADG \quad \triangle CDE$$

$$\therefore \angle ADG = \angle CDE$$

..... ①

(おわり)

- (2) $\angle AFD = \angle AGD = 90^\circ$ より，4点 A, F, D, G は同一円周上にあるから，
 $\angle AFG = \angle ADG$ ②
 $\angle CED = \angle CFD = 90^\circ$ より，4点 C, D, F, E は同一円周上にあるから，
 $\angle CFE = \angle CDE$ ③

①, ②, ③ をあわせると

$$\angle AFG = \angle CFE$$

もともと A, F, C は同一直線上にあるから，対頂角が等しいことより

E, F, G は同一直線上にある。

(おわり)