

図チャレ 第26回(2003年11月)

線分 AB を直径とする円の点 A における接線上に A と異なる点 P をとり、点 P からこの円に直線 AP と異なる接線を引く。その接点を Q とし、Q から線分 AB におろした垂線の足を H とする。

- (1) AB の中点を O とするとき、 $\triangle OAP \cong \triangle BHQ$ が成り立つことを示せ。
 (2) 線分 QH と線分 BP の交点を R とするとき、QR : RH を求めよ。

解答

- (1) $OA = OQ$, $\angle OAP = \angle OQP = 90^\circ$ であるから、

ピタゴラスの定理(三平方の定理)より

$$AP = PQ \quad (= \sqrt{OP^2 - OA^2})$$

$$\therefore \triangle OAP \cong \triangle OQP$$

よって、特に

$$\angle AOP = \angle QOP$$

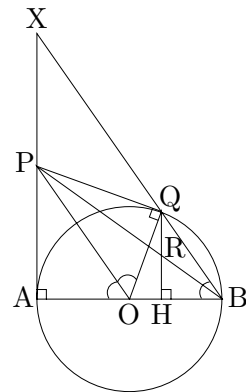
であるから、円周角の性質より

$$\angle ABQ = \frac{1}{2} \angle AOQ = \angle AOP$$

$\angle OAP = \angle BHQ = 90^\circ$ とあわせて

$$\triangle OAP \cong \triangle BHQ$$

(おわり)



- (2) AP の延長と直線 BQ の交点を X とする。

(1)より $\angle AOP = \angle ABX$ であり、

$$OP \parallel BX$$

であるから、

$$AP : PX = AO : OB = 1 : 1$$

PA // QH より

$$\triangle BQH \cong \triangle BXA, \triangle BRH \cong \triangle BPA$$

であるから、

$$QR : RH = XP : PA = 1 : 1 \quad (\text{答})$$