

## 図チャレ 第 29 回 (2004 年 2 月)

一辺の長さ 1 の正方形 ABCD の辺 AB 上に点 P をとり，点 C を中心とする半径 1 の円 C と線分 CP との交点を E とする。点 E における円 C の接線と辺 AB, AD の交点をそれぞれ F, G とし， $\triangle AFG$  の内心を I，直線 GI と辺 AB の交点を Q とする。

P と Q が一致するとき，AP の長さを求めよ。

コメント：2004 年のセンター試験の問題を解いた人ならピンときますね。

### 解答

線分 FG は点 E における円 C の接線であるから，

$$FG \perp CP$$

$$\therefore \angle GAP = \angle GEP = 90^\circ$$

I は  $\triangle AFG$  の内心であるから

$$\angle AGI = \angle FGI$$

$$\therefore \angle AGP = \angle EGP$$

よって，GP を共通辺とする  $\triangle AGP$  と  $\triangle EGP$  について

$$\triangle AGP \cong \triangle EGP$$

AP = EP が成り立つことを考えて

$$AP = EP = x$$

とおく。CE = CB = 1 であるから，直角三角形 BCP にピタゴラスの定理(三平方の定理)をあてはめると，

$$(1-x)^2 + 1^2 = (1+x)^2$$

$$(1+x)^2 - (1-x)^2 = 4x = 1$$

$$\therefore x = AP = \frac{1}{4} \quad (\text{答})$$

