

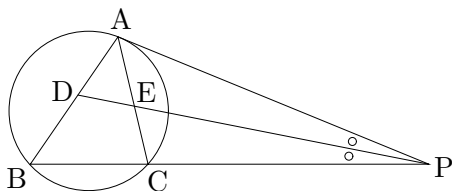
## 図チャレ 第 32 回 (2004 年 5 月)

三角形 ABC の辺 BC の延長上に点 P をとり、 $\angle APB$  の二等分線と辺 AB、辺 AC との交点をそれぞれ D、E とする。

$$AD : DB = CE : EA$$

であるとき、三角形 ABC の外接円は直線 AP と接することを示せ。

解答



メネラウスの定理と  $AD : DB = CE : EA$  より

$$\frac{AD}{DB} \cdot \frac{BP}{PC} \cdot \frac{CE}{EA} = 1$$

$$\therefore \frac{CP}{BP} = \frac{AD}{DB} \cdot \frac{CE}{EA} = \frac{AD^2}{DB^2} \quad \dots\dots ①$$

PD は  $\angle APB$  の二等分線であるから、

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AP}{BP} \quad \dots\dots ②$$

①, ②より

$$\frac{CP}{BP} = \frac{AP^2}{BP^2} \quad \therefore AP^2 = BP \cdot CP$$

方べきの定理より、3点 A, B, C を通る円は直線 AP と点 A で接する。

(おわり)

(注) 点 P が(直線 BC 上)点 B 側と点 C 側のどちらの延長上にある場合も、上の式は成り立つ。