

## 図チャレ 第33回 (2004年6月)

三角形 ABC において， $\angle BAC$  の二等分線と辺 BC の交点を D， $\angle ADC$  の二等分線と辺 CA の交点を E， $\angle ADB$  の二等分線と辺 AB の交点を F とする。

3 線分 AD，BE，CF は 1 点で交わることを示せ。

解答

BC = a，CA = b，AB = c，AD = d とおく。

AD は  $\angle BAC$  の二等分線であるから，

$$BD : DC = AB : AC = c : b \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$\therefore BD = \frac{c}{b+c}a, \quad CD = \frac{b}{b+c}a \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

DE は  $\angle ADC$  の二等分線であるから， $\textcircled{2}$  を用いて

$$\frac{CE}{EA} = \frac{CD}{AD} = \frac{ab}{(b+c)d} \quad \dots\dots \textcircled{3}$$

DF は  $\angle ADB$  の二等分線であるから， $\textcircled{2}$  を用いて

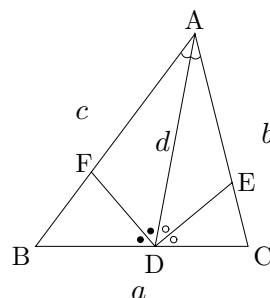
$$\frac{AF}{FB} = \frac{AD}{BD} = \frac{(b+c)d}{ca} \quad \dots\dots \textcircled{4}$$

$\textcircled{1}$ ， $\textcircled{3}$ ， $\textcircled{4}$  より

$$\frac{AF}{FB} \cdot \frac{BD}{DC} \cdot \frac{CE}{EA} = \frac{(b+c)d}{ca} \cdot \frac{c}{b} \cdot \frac{ab}{(b+c)d} = 1$$

よって，チェバの定理の逆より

3 線分 AD，BE，CF は 1 点で交わる。



(おわり)