

図チャレ 第34回 (2004年7月)

三角形 ABC の内部に，次の条件を満たす点 P が存在することを証明せよ。

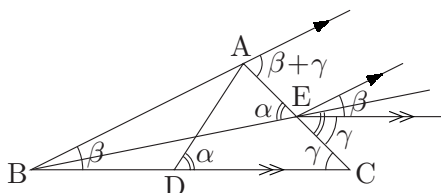
(条件) 直線 AP と辺 BC の交点を D とし，直線 BP と辺 CA の交点を E とするとき，4 点 D, C, E, P は同一円周上にある。

解答

$\angle ABC = \beta$, $\angle ACB = \gamma$ とおき，角度 α を

$$\max\{\beta, \gamma\} < \alpha < \beta + \gamma$$

を満たすようにとる。 $(\beta > 0, \gamma > 0$ であるから，これは可能である。)



$\gamma < \alpha < \beta + \gamma$ より，辺 CA 上に点 E を

$$\angle AEB = \alpha$$

となるようにとることができる。また， $\beta < \alpha$ であるから，辺 BC 上に点 D を

$$\angle ADC = \alpha$$

となるようにとることができる。

このとき，線分 AD と線分 BE の交点を P とすると，点 P は $\triangle ABC$ の内部にあり，

$$\angle CEP = \pi - \alpha, \quad \angle CDP = \alpha$$

となるから，4 点 D, C, E, P は同一円周上にある。

(おわり)