

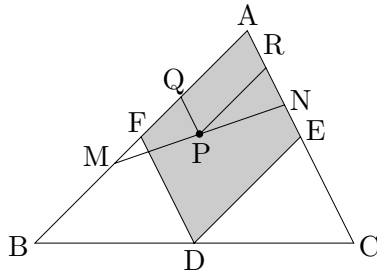
## 図チャレ 第39回(2004年12月)

三角形 ABC の内部にある任意の点 P に対して，両端が三角形 ABC の辺上にある線分で，中点が P となるものが存在することを証明せよ。

解答

3 辺 BC, CA, AB の中点をそれぞれ D, E, F とする。点 P は 3 つの平行四辺形 AFDE, BDEF, CEFD のいずれかに必ず含まれる。

点 P が平行四辺形 AFDE の周および内部(辺 AB, AC 上は除く)にあるとき，辺 AB 上に点 Q, 点 AC 上に点 R をとり，四角形 AQPR が平行四辺形になるようにする。



$$AQ \leq AF, AR \leq AE$$

であるから，辺 AB 上に点 M, 辺 AC 上に点 N を

$$AM = 2AQ, AN = 2AR$$

となるようにとることができる。このとき， $QP \parallel AN$  より

$$MP : PN = MQ : QA = 1 : 1$$

であり，点 P は線分 MN の中点となる。

以上の考察より，条件はすべて比で決まるから，点 P が他の平行四辺形 BDEF, CEFD 内にある場合も同様に示される。(証明終わり)