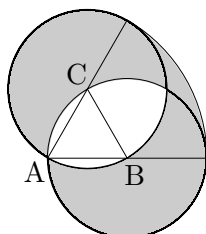


## 図チャレ 第 50 回 (2005 年 11 月)

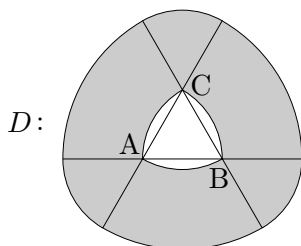
一辺の長さ 1 の正三角形 ABC が平面上に置かれている。この平面上において、正三角形 ABC を周上または内部に含むような半径 1 の円周が通過してできる領域を図示し、その面積を求めよ。

解答

正三角形の頂点を A, B, C として、頂点 A を通る円が通過してできる領域は



頂点 B, C を円が通るときもあわせると



半径 1 の円が正三角形 ABC の頂点を通らないとき、必要条件として、円の中心は A, B, C のいずれからも 1 未満の距離にあるから、上の図の空洞部内にある。その空洞部内に中心がある半径 1 の円は上の領域 D 内におさまるから、この領域 D が題意の領域である。

D の面積 S は

$$\begin{aligned}
 S &= \left( \frac{1}{2} \cdot 2^2 \cdot \frac{\pi}{3} - \frac{1}{2} \cdot 1^2 \cdot \frac{\pi}{3} \right) \times 3 + \frac{1}{2} \cdot 1^2 \cdot \frac{\pi}{3} \times 3 \\
 &= \frac{1}{2} \times 2^2 \times \frac{\pi}{3} \times 3 \\
 &= 2\pi \quad (\text{答})
 \end{aligned}$$