

## 図チャレ 第 69 回 (2007 年 6 月)

$\triangle ABC$  の辺  $AB$  上(両端を除く)に点  $D$ , 辺  $AC$  上(両端を除く)に点  $E$  を

$$\angle BCD = \angle CBE$$

となるようにとる。  $BC$  と  $DE$  が平行ならば,  $AB = AC$  であることを示せ。

解答

$BC \parallel DE$  より

$$\angle BCD = \angle CDE, \quad \angle CBE = \angle BED$$

$\angle BCD = \angle CBE$  より

$$\angle CDE = \angle BED$$

であり,  $BE$  と  $CD$  の交点を  $P$  とすると

$$PD = PE, \quad PB = PC$$

である。したがって,  $BC$  の垂直二等分線と  $DE$  の垂直二等分線はともに点  $P$  を通る。

$BC$  の垂直二等分線に関して対称移動するとき,  $A$  が  $A'$  に移るとする。  $A$  は直線  $BD$  上にあり,  $B$  は  $C$  に,  $D$  は  $E$  に移るから,  $A'$  は直線  $CE$  上にある。また,  $A$  が直線  $CE$  上にあることより, 同様にして  $A'$  は直線  $BD$  上にあることも言える。したがって,  $A'$  は直線  $CE$  と直線  $BD$  の交点となり,

$$A' = A$$

である。

頂点  $A$  は  $BC$  の垂直二等分線に関する対称移動により不動であるから,  $A$  は  $BC$  の垂直二等分線上にあり,

$$AB = AC$$

が成り立つ。

(証明おわり)

