

図チャレ 第 80 回 (2008 年 5 月)

平行四辺形 ABCD は $\angle ACB = 30^\circ$, $\angle CBD = 15^\circ$ を満たし, 対角線 AC, BD の交点を O, 頂点 A から辺 BC に下ろした垂線の足を H とする。

(1) $\triangle OAH$ は正三角形であることを示せ。

(2) $\angle ABC$ を求めよ。

解答

(1) $\angle ACH = 30^\circ$, $\angle AHC = 90^\circ$ より

$$\angle CAH = 60^\circ \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

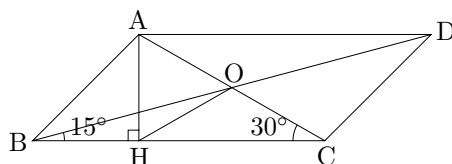
$$\therefore AC = 2AH$$

平行四辺形の性質より

$$OA = OC$$

であるから,

$$AH = \frac{1}{2}AC = OA \quad \dots\dots \textcircled{2}$$



①, ②より, $\triangle OAH$ は頂角 60° の二等辺三角形であるから, 正三角形である。

(証明おわり)

(2) (1)の考察より

$$\angle OHC = \angle AHC - \angle AHO = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

$$\angle BOH = \angle OHC - \angle OBC = 30^\circ - 15^\circ = 15^\circ$$

となるから,

$$OH = BH$$

である。 $\triangle OAH$ は正三角形であるから

$$AH = OH = BH$$

となり, $\triangle ABH$ は直角二等辺三角形であるから,

$$\angle ABC = \angle ABH = 45^\circ \quad (\text{答})$$