

図チャレ 第100回(2010年1月)

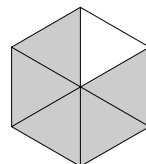
一辺の長さ1の正 n 角形の面積を S_n で表すとき、

- (1) $S_6 - S_3$ を求めよ。
- (2) $S_8 - S_4$ を求めよ。
- (3) $S_{12} - S_6$ を求めよ。

解答

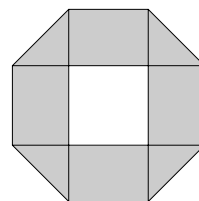
- (1) 正六角形は6つの正三角形から成るから、

$$\begin{aligned} S_6 - S_3 &= (6 - 1) \times \frac{1}{2} \times 1^2 \times \sin 60^\circ \\ &= \frac{5\sqrt{3}}{4} \quad (\text{答}) \end{aligned}$$



- (2) 正方形の4辺と正八角形の4辺が平行で中心が重なるように配置すると、 $S_8 - S_4$ は斜辺の長さが1である直角二等辺三角形4つとそれにはさまれる4つの長方形の面積和に等しいから、

$$\begin{aligned} S_8 - S_4 &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)^2 \times 4 + 1 \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times 4 \\ &= 1 + 2\sqrt{2} \quad (\text{答}) \end{aligned}$$



- (3) 正六角形の内角の大きさが 120° であり、

$$360^\circ - 120^\circ = 90^\circ \times 2 + 60^\circ$$

であることに注意すると、 $S_{12} - S_6$ は6つの正方形と6つの正三角形の面積和となるから、

$$\begin{aligned} S_{12} - S_6 &= 1^2 \times 6 + \frac{1}{2} \cdot 1^2 \cdot \sin 60^\circ \times 6 \\ &= 6 + \frac{3\sqrt{3}}{2} \quad (\text{答}) \end{aligned}$$

