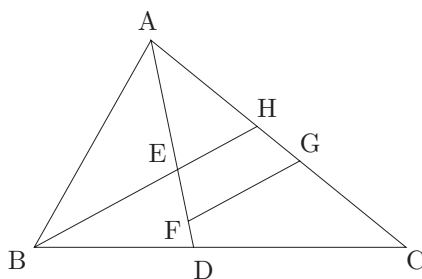


図チャレ 第104回(2010年5月)

右図の $\triangle ABC$ において,
 $AB:AC = 3:4$ とする。また, $\angle A$ の
 二等分線と辺 BC との交点を D とする。
 さらに,



線分 AD を $5:3$ に内分する点を E ,
 線分 ED を $2:1$ に内分する点を F ,
 線分 AC を $7:5$ に内分する点を G ,
 とする。

直線 BE と辺の AC との交点を H とするとき, 次の各問に答えよ。

- (1) $\frac{AH}{HC}$ の値を求めよ。
- (2) $BH \parallel FG$ であることを示せ。
- (3) $FG = 7$ のとき, 線分 BE の長さを求めよ。

出典: 2010年 宮崎大学 農学部

解答

- (1) AD は $\angle BAC$ の二等分線であるから
 $BD:DC = AB:AC = 3:4$

メネラウスの定理より

$$\frac{AH}{HC} \cdot \frac{CB}{BD} \cdot \frac{DE}{EA} = 1$$

$$\frac{AH}{HC} \cdot \frac{7}{3} \cdot \frac{3}{5} = 1 \quad \therefore \frac{AH}{HC} = \frac{5}{7} \quad (\text{答})$$

- (2) $AG:GC = 7:5$, $AH:HC = 5:7$ より

$$AH:HG:GC = 5:2:5$$

$AE:ED = 5:3$, $EF:FD = 2:1$ より

$$AE:EF:FD = 5:2:1$$

であるから, 2式より

$$AE:EF = AH:HG = 5:2$$

よって, $EH \parallel FG$ すなわち $BH \parallel FG$ である。

(証明おわり)

(3) (2)の考察より

$$\triangle AEH \sim \triangle AFG$$

であり, 相似比は $5:7$ であるから, $FG = 7$ のとき

$$EH = 5$$

メネラウスの定理より

$$\frac{BE}{EH} \cdot \frac{HA}{AC} \cdot \frac{CD}{DB} = 1$$

$$\frac{BE}{5} \cdot \frac{5}{12} \cdot \frac{4}{3} = 1$$

$$\therefore BE = 9 \quad (\text{答})$$