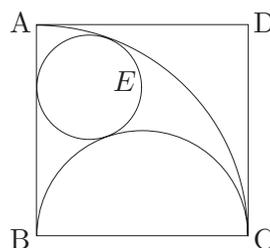


図チャレ 第105回(2010年6月)

一辺の長さ1の正方形ABCDの内部に中心がある円Eが、次の3条件を満たすとき、円Eの半径 r を求めよ。

- 1° 辺ABに接する
- 2° 点Bを中心とする半径1の円に内接する
- 3° 辺BCを直径とする円に外接する



解答

円Eの中心をOとし、Oから辺AB、BCにおろした垂線の足をそれぞれP、Qとする。

条件1°より $OP = r$ であり、OPBQは長方形であるから

$$BQ = OP = r$$

条件2°より

$$OB = 1 - r$$

BCの中点をMとすると、条件3°より

$$OM = \frac{1}{2} + r$$

2つの直角三角形OBQ、OMQに三平方の定理を適用すると

$$OQ^2 = OB^2 - BQ^2 = OM^2 - QM^2$$

$$(1 - r)^2 - r^2 = \left(\frac{1}{2} + r\right)^2 - \left(\frac{1}{2} - r\right)^2$$

$$1 - 2r = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot r$$

$$\therefore r = \frac{1}{4} \quad (\text{答})$$

