

図チャレ 第117回(2011年6月)

ABを直径とする円をCとし、C上に2点K, LをABとKLが垂直になるようにとる。線分AB上に点Mを $\angle KML = 90^\circ$ となるようにとり、LMの延長と円Cの交点をNとする。ABの中点(円Cの中心)をOとすると、4点O, K, M, Nは同一円周上にあることを示せ。

解答

AMはKLの垂直二等分線であるから

$$KM = LM$$

$\angle KML = 90^\circ$ であるから $\triangle KLM$ は直角二等辺三角形であり、特に

$$\angle KLN = \angle KLM = 45^\circ$$

円Cにおいて円周角の性質より

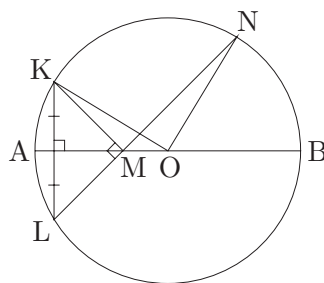
$$\angle KON = 2\angle KLN = 90^\circ$$

よって、

$$\angle KMN = \angle KON (= 90^\circ)$$

であるから、4点K, M, O, Nは同一円周上にある。

(証明おわり)



(注) KLが円Cの直径になるときは、 $M=N=A$ または $M=N=B$ と(なって証明の必要はなく)なるが、上の証明自体は機械的に通用する。