

## 図チャレ 第139回(2013年4月)

平面上で2つの円  $S, S'$  が点  $P$  で内接している。ただし  $S'$  が  $S$  より小さいとする。円  $S, S'$  の中心をそれぞれ  $O, O'$  とおく。円  $S'$  上において直線  $PO'$  上にはない点  $Q$  をとる。直線  $PQ$  と円  $S$  との  $P$  とは異なる交点を  $A$ , 直線  $AO$  と円  $S$  との  $A$  とは異なる交点を  $B$ , 直線  $BO'$  と円  $S$  との  $B$  とは異なる交点を  $C$ , 直線  $CQ$  と円  $S$  との  $C$  とは異なる交点を  $D$  とする。

(1)  $AO \parallel QO'$  を示せ。

(2)  $DB = BP$  を示せ。

出典：2013年 滋賀医科大学

解答

(1)  $O, O'$  がそれぞれ円  $S, S'$  の中心であることより

$$OA = OP, O'P = O'Q$$

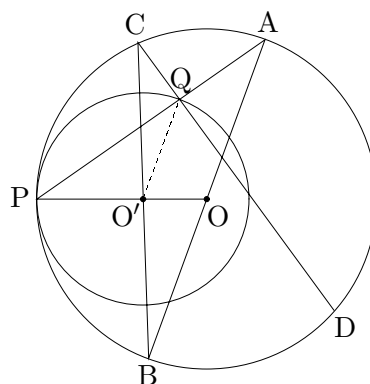
であるから,

$$\angle OAP = \angle OPA = \angle O'PQ = \angle O'QP$$

2直線  $AO, QO'$  に対する同位角の大きさが等しいことより

$$AO \parallel QO'$$

(証明おわり)



(2) 円周角の性質より

$$\angle BAP = \angle BCP = \angle O'CP$$

$AO \parallel QO'$  より

$$\angle BAP = \angle O'QP$$

であるから

$$\angle O'CP = \angle O'QP$$

よって, 4点  $P, O', Q, C$  は同一円周上にあるから

$$\angle O'PQ = \angle C'CQ \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$OP = OA$  より

$$\angle BAP = \angle OAP = \angle OPA = \angle O'PQ \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

①かつ②より

$$\angle DCB = \angle O'CQ = \angle O'PQ = \angle BAP$$

同じ円  $S$  における弧  $DB$ , 弧  $BP$  に対する円周角の大きさは等しいから

$$DB = BP$$

(証明おわり)