

## 図チャレ 第158回(2014年11月)

三角形ABCの辺AB上に点Dを、辺AC上に点Eを、 $DE \parallel BC$ となるようにとる。  
また、三角形ABCの内心をIとする。

- (1)  $BD + CE = DE$  のとき、内心Iは線分DE上にあることを示せ。  
 (2)  $BD - CE = DE$  のとき、直線BIと直線DEの交点Fは三角形ABCの傍心(の一つ)であることを示せ。

### 解答

- (1)  $BD + CE = DE$  より、線分DE上に

$$BD = DK, \quad CE = EK$$

となる点Kをとる。二等辺三角形の性質より

$$\angle DBK = \angle DKB, \quad \angle ECK = \angle EKC$$

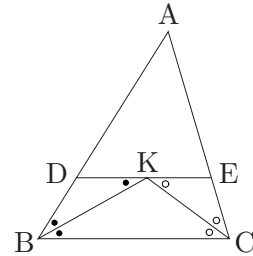
平行線の錯角が等しいことより

$$\angle DKB = \angle KBC, \quad \angle EKC = \angle KCB$$

であるから、BKは $\angle ABC$ の二等分線、CKは $\angle ACB$

の二等分線となり、点Kは $\triangle ABC$ の内心である。すなわち、 $I = K$ はDE上にある。

(証明おわり)



- (2) 直線BIと直線DEの交点をFとする。

$DE \parallel BC$  より、錯角は等しいから

$$\angle DFB = \angle FBC$$

直線BIは $\angle ABC$ の二等分線であるから

$$\angle DBF = \angle FBC$$

よって、 $\angle DBF = \angle DFB$ であるから、

$$BD = DF = DE + EF$$

仮定より、 $BD - CE = DE$ であるから、

$$CE = EF \quad \therefore \angle ECF = \angle EFC$$

BCのCの側への延長上に点Xをとると、平行線の錯角が等しいことより

$$\angle EFC = \angle FCX$$

であるから、CFは $\angle ACX$ の二等分線であり、BFが角の二等分線BI上にあることと併せて、点Fは $\angle ABC$ 内にある傍心であることがわかる。(証明おわり)

