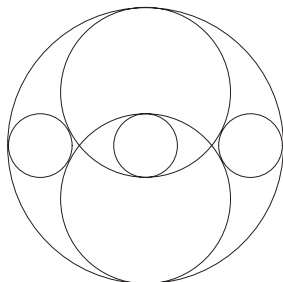


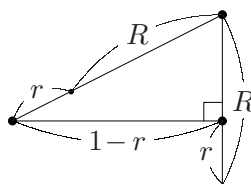
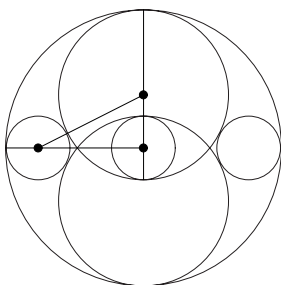
図チャレ 第196回(2018年1月)

図のように，半径1の円に大円2個と小円2個が内接しており，3個の小円はそれぞれ2個の大円の両方に接している。大円の半径 R と小円の半径 r を求めよ。



解答

1つの大円の中心と2つの小円の中心を結んでできる直角三角形に注目すると，



大円の半径は R ，小円の半径は r であるから，三平方の定理より

$$(1-r)^2 = (R+r)^2 - (R-r)^2$$

$$\therefore (r-1)^2 = 4Rr \quad \dots\dots ①$$

半径1の円に内接することより

$$2R - r = 1 \quad \dots\dots ②$$

①かつ②より R を消去して

$$(r-1)^2 = 2r(r+1)$$

$$r^2 + 4r - 1 = (r+2)^2 - 5 = 0$$

$r > 0$ より

$$r+2 = \sqrt{5} \quad \therefore r = \sqrt{5} - 2$$

②より

$$R = \frac{r+1}{2} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

以上より，

$$\text{大円の半径は } R = \frac{\sqrt{5}-1}{2}, \text{ 小円の半径は } r = \sqrt{5}-2 \quad (\text{答})$$