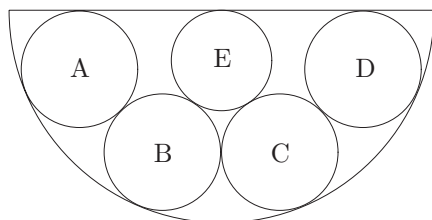


## 図チャレ 第 222 回 (2020 年 3 月)



図のように半円の中に，半径 1 の 4 つの円 A, B, C, D と，別の半径の円 E があり，次のように接している．円 A は半円の円弧と直径と円 B に接し，円 B は半円の円弧と円 A, C, E に接し，円 C は半円の円弧と円 B, D, E に接し，円 D は半円の円弧と直径と円 C に接している．また，円 E は半円の直径と円 B, C に接している．このとき，半円の半径は

$$\boxed{(31)} \boxed{(32)} + \sqrt{\boxed{(33)} \boxed{(34)} + \boxed{(35)} \boxed{(36)}} \sqrt{\boxed{(37)} \boxed{(38)}}$$

であり，円 E の半径は

$$\frac{\boxed{(39)} \boxed{(40)} + \sqrt{\boxed{(41)} \boxed{(42)}}}{\boxed{(43)} \boxed{(44)}}$$

である．

出典：2020 年 慶應義塾大学 総合政策学部

### 解答

4 円 A, B, C, D の中心，および半円との接点を結び，一辺の長さ 2 の正八角形を半分にした図形になる．A の中心，半円の中心，および円 A と半円との接点を結んでできる直角三角形に三平方の定理を適用すると，半円の半径  $R$  は

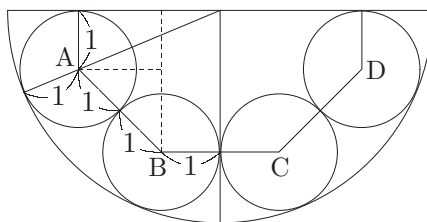
$$\begin{aligned} R &= 1 + \sqrt{1^2 + (\sqrt{2} + 1)^2} \\ &= \boxed{01} \boxed{(31)(32)} + \sqrt{\boxed{04} \boxed{(33)(34)} + \boxed{02} \boxed{(35)(36)}} \sqrt{\boxed{02} \boxed{(37)(38)}} \end{aligned}$$

半円の中心と BC の中点 (B と C の接点) との距離  $h$  は

$$h = \sqrt{2} + 1$$

円 E の半径を  $r$  とおく．

円 E の中心，円 B の中心，および円 B と円 C の接点を結んでできる直角三角形に三平



方の定理を適用すると

$$h = r + \sqrt{(1+r)^2 - 1^2} = r + \sqrt{r^2 + 2r}$$

となるから

$$r + \sqrt{r^2 + 2r} = \sqrt{2} + 1$$

$$\sqrt{r^2 + 2r} = \sqrt{2} + 1 - r$$

$$r^2 + 2r = (\sqrt{2} + 1)^2 - 2r(\sqrt{2} + 1) + r^2$$

$$2r(2 + \sqrt{2}) = (\sqrt{2} + 1)^2$$

$$2\sqrt{2}r = \sqrt{2} + 1$$

$$\therefore r = \frac{\sqrt{2} + 1}{2\sqrt{2}} = \frac{\overset{(39)(40)}{\boxed{02}} + \sqrt{\overset{(41)(42)}{\boxed{02}}}}{\underset{(43)(44)}{\boxed{04}}}$$