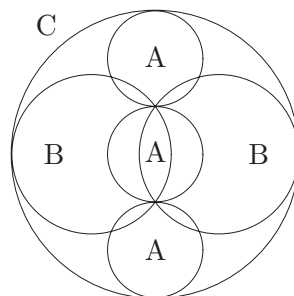


図チャレ 第 244 回 (2022 年 1 月)

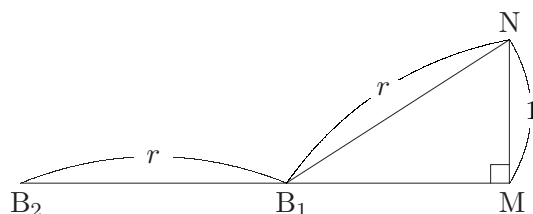
円 C に内接する半径が等しい 2 つの円 B があり、2 つの円 B は 2 点で交わっている。半径 1 の 3 つの円 A は上の円と下の円が円 C に内接し、上の円と中の円および中の円と下の円それぞれ互いに外接している。また、中の円は 2 円 B の 2 交点を直径の両端としている。円 B の半径を求めよ。



解答

3 つの円 A の直径の和が円 C の直径に等しいから
円 C の半径は 3

である。2 つの円 B の共通弦の中点は真ん中の円 A の中心であり、これを M とおく。この共通弦の端点を N、左の円 B の中心を B_1 、半直線 MB_1 と円 B の交点を B_2 とする。



円 B の半径を r とおくと

$$B_1N = B_1B_2 = r$$

$\angle B_1MN = 90^\circ$ であるから、三平方の定理より

$$B_1M = \sqrt{r^2 - 1}$$

B_2M は円 C の半径でもあるから

$$r + \sqrt{r^2 - 1} = 3$$

$$\sqrt{r^2 - 1} = 3 - r$$

$$r^2 - 1 = (3 - r)^2$$

$$-1 = 9 - 6r$$

$$\therefore r = \frac{5}{3} \quad (\text{答})$$