

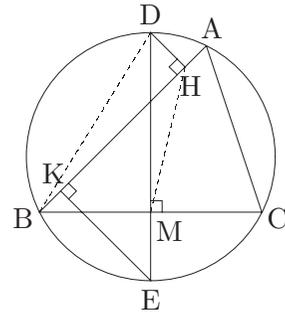
図チャレ 第252回(2022年9月)

AB > ACである三角形ABCの外接円と辺BCの垂直二等分線との交点をD, Eとする。ただし, 直線BCに関して点Dは点Aと同じ側に, 点Eは点Aと反対側にあるものとする。さらに, 辺BCの中点をMとし, 点Dおよび点Eから辺ABにおろした垂線の足をそれぞれH, Kとする。

- (1) 線分HMと線分AEは平行であることを示せ。
- (2) 線分KMと線分DAは平行であることを示せ。

解答

- (1) $\angle BHD = \angle BMD = 90^\circ$
 より4点B, M, H, Dは同一円周上にあるから,
 $\angle DMH = \angle DBH$
 $\triangle ABC$ の外接円において
 $\angle DEA = \angle DBA = \angle DBH$
 であるから,
 $\angle DMH = \angle DEA$
 よって, 同位角が等しいことになるから,
 $HM \parallel AE$



(証明おわり)

- (2) DEは $\triangle ABC$ の外接円の直径であるから
 $\angle DAE = 90^\circ$
 であり, (1)より
 $HM \perp DA$ ①
 $\angle BKE = \angle BME = 90^\circ$ より4点B, K, M, Eは同一円周上にあるから,
 $\angle BMK = \angle BEK$
 $\angle BKE = 90^\circ$ より
 $\angle BEK = 90^\circ - \angle KBE$
 DEは $\triangle ABC$ の外接円の直径で $\angle DBE = 90^\circ$ であるから
 $\angle BEK = \angle DBE - \angle KBE = \angle DBH$
 (1)の冒頭の議論より $\angle DBH = \angle DMH$ であるから
 $\angle BEK = \angle DMH \quad \therefore \angle BMK = \angle DMH$
 $\angle BMD = 90^\circ$ より
 $KM \perp HM$ ②
 ①かつ②より
 $KM \parallel DA$
 が成り立つ。 (証明おわり)