

## 図チャレ 第 256 回 (2023 年 1 月)

一辺の長さが 1 である正三角形の外接円の外側に，中心を同じくする円をもう 1 つ描く。2 円にはさまれた領域内に一辺の長さ 1 の正方形があり，内側の円とは辺の中点で接し，外側の円周上に 2 頂点がある。外側の円の半径を求めよ。

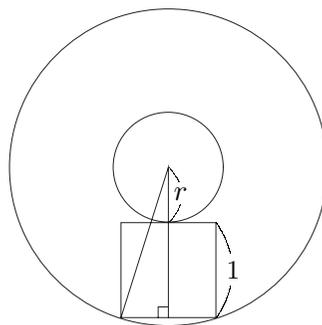
解答

正弦定理より，内側の円の半径  $r$  は

$$r = \frac{1}{2 \sin 60^\circ} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

外側の円の半径を  $R$  とおく。内側の円と正方形は辺の中点で接しているから，三平方の定理より

$$\begin{aligned} R^2 &= \left( \frac{1}{\sqrt{3}} + 1 \right)^2 + \left( \frac{1}{2} \right)^2 \\ &= \frac{(1 + \sqrt{3})^2}{3} + \frac{1}{4} \\ &= \frac{4(4 + 2\sqrt{3}) + 3}{12} \\ &= \frac{19 + 2\sqrt{48}}{12} \\ &= \frac{(\sqrt{16} + \sqrt{3})^2}{12} \\ &= \left( \frac{4 + \sqrt{3}}{2\sqrt{3}} \right)^2 \\ \therefore R &= \frac{4 + \sqrt{3}}{2\sqrt{3}} \quad (\text{答}) \end{aligned}$$



(補足) 正三角形の外心は重心でもあるから，内側の円の半径  $r$  を

$$r = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

と求めてもよい。