

図チャレ 第264回(2023年9月)

三角形ABCの重心をGとし、辺AB上の点Dと辺BC上の点Eを、四角形ADEGが平行四辺形となるようにとる。

- (1) $AD : DB$ を求めよ。
- (2) 辺CA上に点Fをとり、四角形BEFGが平行四辺形となるようにできることを示せ。

解答

- (1) ABの中点をKとおく。AD // GEより

$$KB // GE, \triangle CKB \sim \triangle CGE$$

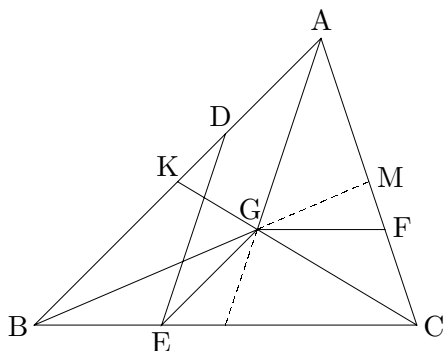
Gは重心で $CK : CG = 3 : 2$ であるから

$$KB : GE = 3 : 2$$

四角形ADEGは平行四辺形であるから

$$\begin{aligned} AD = GE &= \frac{2}{3}KB \\ &= \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}AB \\ &= \frac{1}{3}AB \end{aligned}$$

$$\therefore AD : DB = 1 : 2 \quad (\text{答})$$



- (2) 辺CA上に $GF // BC$ となるように点Fをとると、四角形BEFGが平行四辺形になることを示す。

辺CAの中点をMとおくと、 $GF // BC$ より

$$\triangle MGF \sim \triangle MBC$$

であり、 $MG : GB = 1 : 2$ であるから

$$GF : BC = MG : MB = 1 : 3$$

- (1)でみたように、 $\triangle CKB \sim \triangle CGE$ であるから

$$BE : BC = KG : KC = 1 : 3$$

よって、

$$GF = BE \left(= \frac{1}{3}BC \right)$$

が成り立つから、四角形BEFGの1組の対辺GF, BEは平行かつ等長であり、平行四辺形である。(証明おわり)