

図チャレ 第 276 回 (2024 年 9 月)

2 点 A, B を直径の両端とする円を C_1 とし, 直線 AB と点 B において接する円を C_2 とする。 C_1 と C_2 の交点で B と異なるものを D とし, D における C_1 の接線と C_2 との交点で D と異なるものを E とする。

- (1) DE は C_1 の直径となることを示せ。
- (2) AD と BE は平行であることを示せ。

解答

- (1) 点 B における C_1 の接線と直線 DE との交点を F とする。

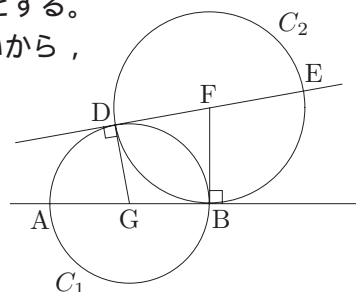
F から C_1 に引いた接線の(接点までの)長さは等しいから,

$$BF = DF$$

であり, 点 F は C_2 の弦 BD の垂直二等分線上にある。AB は C_1 の直径であるから,

$$AB \perp BF$$

であり, 直線 AB は点 B における C_2 の接線であるから, 直線 BF は点 B における C_2 の法線である。点 F は弦 BD の垂直二等分線と点 B における法線との交点であるから, F は C_2 の中心であり, DE は C_2 の直径である。



(証明おわり)

- (2) C_1 の中心 (AB の中点) を G とおき,

$$\angle AGD = \theta$$

とおくと, $AG = DG$ より

$$\angle DAG = \frac{180^\circ - \theta}{2} = 90^\circ - \frac{\theta}{2} \quad \dots\dots ①$$

$\angle BGD = 180^\circ - \theta$ であり, $\angle FBG = \angle FDG = 90^\circ$ であるから,

$$\angle BFD = 180^\circ - \angle BGD = \theta \quad \therefore \angle BFE = 180^\circ - \theta$$

BF = EF より

$$\angle FBE = \frac{180^\circ - \angle BFE}{2} = \frac{\theta}{2}$$

$\angle ABF = 90^\circ$ より

$$\angle ABF = 90^\circ + \frac{\theta}{2} \quad \dots\dots ②$$

①, ② より, 2 直線 AD, BE と交わる直線 AB に対する同側内角の和は 180° であるから, AD と BE は平行である。

(証明おわり)