図チャレ 第 284 回 (2025 年 5 月)

実数 $m > 1$ について, 座標平面上に 3 点 $A(1, 0)$, $B(m, 0)$, $C(m^2, 0)$ をとる。点 $P(x, y)$ は $AP : CP = 1 : m$ を満たしながら動くとする。次の問いに答えよ。

(1) 点 $P(x, y)$ の軌跡を求めよ。

(2) 次の等式を証明せよ。

$$\overrightarrow{PB} \cdot \overrightarrow{PC} = m(m+1)(m-x)$$

(3) $y \neq 0$ とする。点 $P(x, y)$ に対して $\angle APB = \angle BPC$ が成り立つことを示せ。

出典 : 2025 年 金沢大学